

”Näen maailmani musiikin termein”
**Musiikin ja matematiikan integrointi lapsen ongelmanratkaisutaitojen
kehittämisessä kouluympäristössä**

Tutkielma, kandidaatti

27.4.2017

Peppiina Kaperi

Musiikkikasvatuksen aineryhmä

Sibelius-Akatemia

Taideyliopisto

Tutkielman nimi	Sivumäärä
”Näen maailmani musiikin termein” - Musiikin ja matematiikan integrointi lapsen ongelmanratkaisutaitojen kehittämisessä kouluympäristössä	40 + 4
Tekijän nimi	Lukukausi
Peppiina Kaperi	kevät 2017
Aineryhmän nimi	
Musiikkikasvatuksen koulutusohjelma	
Tiivistelmä	
<p>Tässä tutkielmassa tutkin musiikin ja matematiikan integroinnin yhteyttä lapsen yleisten ongelmanratkaisutaitojen kehittämiseen kouluympäristössä. Halusin selvittää, miten musiikin ja matematiikan hyötyjä toistensa oppimisessa on tutkittu sekä toisaalta pohtia, miten näitä yhteyksiä voisi tulevaisuudessa hyödyntää entistä enemmän – erityisesti suhteessa ongelmanratkaisutaitoihin.</p> <p>Tutkimuskysymyksiksi rajautuivat:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Miten musiikin ja matematiikan hyötyjä toistensa oppimisessa on tutkittu? 2. Miten musiikkia ja matematiikkaa integroimalla voidaan kehittää oppilaan ongelmanratkaisutaitoja kouluympäristössä? <p>Musiikilla ja matematiikalla on havaittu monia yhtymäkohtia, joita erittelin tutkielmani teoreettisessa viitekehityksessä. Aivotutkimus osoittautui yhdeksi tärkeimmäksi taustoittajaksi sekä neuro-fysiologisten tutkimustulosten että musiikin emotionaalisen ja siten motivaation vaikutuksen kannalta. Myös musiikinteorian ja matematiikan yhtäläisyydet valikoituivat osaksi toista lukua.</p> <p>Tutkimus suoritettiin kirjallisuuskatsauksena. Katsaukseni oli kriittinen, sillä aiheestani aiemmin julkaistu tutkimus käsitteli suurimmaksi osaksi musiikkia eräänlaisena välinearvona parempien tulosten saavuttamiseksi matemaattisissa testeissä. Halusin siis nostaa musiikin matematiikan rinnalle ja tutkia aihetta holistisesta näkökulmasta.</p> <p>Tutkimus antoi tärkeää tietoa siitä, miten musiikin ja matematiikan hyötyjä toistensa oppimisessa on tutkittu. Lisäksi tutkimukseni tarjosi käytännöllisiä esimerkkejä siitä, miten musiikkia ja matematiikkaa voisi integroida kouluympäristössä sekä siitä, miten kyseinen integraatio voi kehittää lapsen ongelmanratkaisutaitoja ja kohottaa oppijan motivaatiota. Tutkimukseni on musiikkikasvatuksen alalle ajankohtainen ja keskeinen, sillä uudet opetus suunnitelman perusteet (2014) painottavat ilmiöpohjaista, interaktiivista ja luovaa oppimista. Ainerajojen ylittävä opetus ja integrointi ovat siis tulevaisuuden kehityskohteita ja mahdollisuuksia – tutkimukseni osoitti, että esimerkiksi musiikin ja matematiikan osalta.</p>	
Hakusanat	
aivot, aivotutkimus, integrointi, matematiikka, motivaatio, musiikki, ongelmanratkaisu	
Lisätietoja	
Tutkielma syötetty plagiointitarkastusjärjestelmään 27.4.2017.	

Sisällys

1 Johdanto	4
2 Musiikin ja matematiikan yhtäläisyydet	6
2.1 Musiikki ja matematiikka aivotutkimuksessa	9
2.1.1 Musiikin vaikutus aivoihin - neuro-fysiologinen aivotutkimus	10
2.1.2 Emootiot ja motivaatio - neuro-psykologinen aivotutkimus	13
2.2 Musiikinteoria ja matematiikka	14
3 Tutkimusasetelma	18
3.1 Tutkimustehtävä	18
3.2 Kirjallisuuskatsaus	18
4 Tulokset	20
4.1 Miten musiikin ja matematiikan hyötyjä toistensa oppimisessa on tutkittu? ..	21
4.2 Miten musiikkia ja matematiikkaa integroimalla voidaan kehittää oppilaan ongelmanratkaisutaitoja kouluympäristössä?	24
5 Pohdinta ja yhteenveto	32
Lähteet	38
Liitteet	41
Liite 1, Aivojen osat, joita musiikki aktivoi	41
Liite 2, Musiikin ja matematiikan aktivoimat aivoalueet	43
Liite 3, Emootioita säätelevät aivoalueet	44

1 Johdanto

” If I were not a physicist, I would probably be a musician. I often think in music.” (Einstein, fyysikko)

Musiikin ja matematiikan yhteyksistä ja toisiaan tukevasta vaikutuksesta on keskusteltu vuosikymmenien ajan (Levitin, 2006; ABC Music & Me). Numerot, kaavat, mittasuhteet, toistuvuus, jaksollisuus, lukusuhteet ja lukemattomat muut käsitteet ovat yhdistettävissä sekä musiikkiin että matematiikkaan (ABC Music & Me). Einstein kertoi näkevänsä ja hahmottavansa maailmaa musiikin termein – hän koki musiikin tekemisen auttavan hänet fysiikan tutkimukseen liittyvien ongelmakohtien yli. Einsteinin lisäksi monet muut menneisyyden suuret ajattelijat ovat hyödyntäneet musiikin ja matematiikan yhtäläisyyksiä ajattelutyössään (vrt. Pythagoras, Boethius).

Olen itse ollut aina todella kiinnostunut sekä musiikista että matematiikasta. Olen kokenut, että ne ovat tukeneet toisiaan. Matemaattinen ajattelu ja avaruudellinen hahmottaminen ovat tuntuneet eräänlaisilta työkaluilta musiikin tekemisessä ja erityisesti musiikin teorian oppimisessa. Musiikinopiskelun yhteydessä voimistunut taipumus etsiä kontekstista toistuvia kaavoja, rakenteita tai jaksoja, on puolestaan ollut hyödyllinen taito matemaattisten tehtävien hahmottamisessa ja ratkaisemisessa. Kyseistä kokemusta on kuitenkin ollut vaikea pukea sanoiksi – ainakaan siten, että se olisi luotettavasti perusteltavissa – ja siksi innostuin tutkimaan aihetta.

Omasta mielestäni yksi musiikin ja matematiikan tärkeimmistä yhteyksistä on looginen päättely sekä erilaisten kuvioiden ja kuvien hahmottaminen. Esimerkiksi uutta (musiikki)kappaletta opetellessa kappaleen rakenteen hahmottaminen on oleellista, kun taas matemaattisen tehtävän ratkaisemista helpottaa se, että siitä tehtävän esittämästä tilanteesta pystyy piirtämään ainakin mieleensä kuvan tai kuvion. Koen itse musiikin kehittävän matematiikassa keskiössä olevaa loogista päättelyä musiikin sisältämien toistuvien kuvioiden ja rakenteiden kautta. Toisaalta, olen huomannut matemaattisen ymmärryksen tukevan musiikin opiskeluani. Uskon siis, että musiikki ja matematiikka hyödyttävät toisiaan.

Motivaatiota omalle tutkimukselleni olen saanut myös toisten ihmisten erilaisista kokemuksista suhteessa musiikin ja matematiikan yhteyksiin. Olen keräillyt kommentteja ja kokemuksia jo monien vuosien ajan eri lähteistä, ja ne ovat kaikki vahvistaneet omaa kokemustani entisestään.

Olen huomannut, että monet muusikot ovat kiinnostuneet matematiikasta tai ainakin jonkinlaisesta matemaattisesta ajattelutavasta, vaikka eivät sitä itse varsinaisesti matematiikaksi nimeäisikään. Yleisesti muusikoita vaikuttaa kiinnostavan matematiikan jaksollinen luonne – se, miten tietty kaava toistuu eri konteksteissa ja se, miten puhdas logiikka voi johtaa täydelliseen ongelmanratkaisuun. Myös inspiraatio ja inspiroituminen on koettu käsitteiksi, jotka yhdistävät sekä musiikin tekemistä että matemaattisten tehtävien ratkaisemista (Schreck, 2012, 8-9).

Olen havainnut, että aihettani on tutkittu melko suppeasta näkökulmasta: musiikki on nähty lähes poikkeuksetta välinearvona matemaattisen osaamisen parantamiselle. Haluan siksi nostaa musiikin tutkimukseni keskiöön, sillä koen, että musiikin ja matematiikan integroiminen voisi vaikuttaa positiivisesti ei ainoastaan toistensa oppimiseen, vaan ennen kaikkea yleisten ongelmanratkaisutaitojen kehittämiseen. Musiikin ja matematiikan hahmottaminen samojen ilmiöiden kahtena eri tarkastelutapana tai ilmenemismuotona voisi näkemykseni mukaan mahdollistaa kyseisten ilmiöiden monipuolisemman, syvällisemmän laajemman ja nopeamman ymmärtämisen.

Musiikkikasvatuksen tutkimuskentässä tutkimusaiheeni on mielestäni todella hyödyllinen ja ajankohtainen: uusia opetussuunnitelmia laadittaessa ja taiteen roolia koulumaailmassa punnittaessa on hyvä tiedostaa musiikin mahdolliset siirtovaikutukset¹ muihin oppiaineisiin (ja päinvastoin), mahdollisuudet laaja-alaiseen ja rikkaaseen ainerajoja rikkovaan opetukseen sekä hyödyt esimerkiksi oppilaan motivaation sekä positiivisten oppimiskokemusten saavuttamisen suhteen.

¹ Siirtovaikutuksella tarkoitetaan ilmiötä, jossa aiemmin opittu asia vaikuttaa uuden asian oppimiseen (Perkins & Salomon, 1992, Eerolan, 2014, 13, mukaan).

2 Musiikin ja matematiikan yhtäläisyydet

”Music is the pleasure the human mind experiences from counting without being aware that is counting.” (Leibniz, matemaatikko)

Tässä luvussa taustoitin kirjallisuuskatsaustani esittelemällä tehtyä aivotutkimusta sekä osoittamalla musiikin ja matematiikan yhtäläisyyksiä musiikinteorian avulla. Musiikin ja matematiikan yhtäläisyyksien hahmottaminen on olennainen osa niiden vuorovaikutteisen hyötysuhteen rakentamisessa ja kehittämisessä (esim. ABC Music & Me).

Kirjassaan *Music with the brain in mind* (2000) Eric Jensen pohtii musiikissa esiintyviä rytmisiä muotoja, jotka tekevät siitä helpommin muistettavaa. Daniel J. Levitin (2006) puolestaan huomauttaa tutkimusten osoittaneen, että niin lapset kuin aikuisetkin oppivat ja muistavat paremmin melodioita, jotka perustuvat jäsenneltyyn, kaavamaiseen asteikkoon² kuin melodioita, joissa esiintyvät sävelet eivät muodosta tuttua asteikkoa (Levitin, 2000, 37). Musiikki on usein siis sekä rytmillisesti että melodialisesti jaksotettua ja saattaa siten muotoutua mielissämme ”taustamusiikiksi” tai ”tunnusmusiikiksi” jollekin, jonka näemme tai visualisoimme (Jensen, 2000, 36).

Sekä musiikissa että matematiikassa esiintyvät kaavat on jaoteltu kolmeen alalajiin: toistuvat (*repeating*) kaavat, kasvavat (*growing*) kaavat sekä suhteelliset (*relationship*) kaavat (Geist, Geist & Kuznik, 2012, 76) – näiden kaavojen tunnistamisen merkitys korostuu lapsen kehityksessä (2012, 75): Ensimmäinen kosketus tasaiseen rytmiin tulee lapselle usein tuutulauluista, joita vanhempi laulaa rauhoittaakseen lapsen. Tuutulaulut sisältävät monia, monimutkaisiakin, toistuvia kaavoja (vrt. laulun rakenne, melodia, rytmikka, lyriikat), joita jo vauvan aivot osaavat käsitellä. (Geist, Geist & Kuznik, 2012, 75). Vaikka näiden kaavojen ei olekaan tarkoitus opettaa vauvalle matematiikkaa, tuutulaulut tarjoavat lapselle luontaisen kyvyn alkaa rakentaa pohjaa matemaattiselle ymmärrykselle (Clements, Sarama, Spitzer, Lange & Wolfe, 2011, Geistin, Geistin & Kuznikin, 2012, 75, mukaan).

Musiikki siis vahvistaa kykyä ajatella luovasti sekä muokata ja jäsennellä monimutkaisiakin aihioita (Jensen, 2000, 36). Samankaltaisia kykyjä tarvitaan myös matemaattisten

² Levitinin teoksessa *This is your brain on music: The science of a human obsession* (2006, 37) puhutaan erityisesti ihmisille tutusta duuriasteikosta, joka sisältää viisi kokosävelaskelta ja kaksi puolisävelaskelta. Juuri kyseisten puolisävelaskelten sijainti asteikossa on ratkaiseva: se (sijainti) ei ainoastaan määrittele duuritonaliitteita, vaan luo myös ihmisavoille helposti hahmotettavissa olevia olettamuksia ja rakenteita.

aika-avaruudellisten tehtävien ratkaisemisessa ja edelleen yleisessä ongelmanratkaisussa, kuten Jensen kirjassaan (2000, 36) taulukoi (kuva 1):

Musiikki	Matematiikka
intervallisuhteiden hahmottaminen	etäisyyksien avaruudellinen hahmottaminen
$\frac{1}{4}$ - ja puolinuotit rytmikassa	murtolukujen ymmärtäminen
ennakointi soittamisessa	ajoittamisen kyvyn paraneminen
jaksottaminen kuuntelussa	ongelmanratkaisukyvyyn paraneminen

Kuva 1. (mukailtu Jensen, 2000, 36)

Vertailun vuoksi esittelen myös ABC Music & Me –tutkimusraportissa käytetyn National Council of Teachers of Mathematics'in (NCTM, 2008) laatiman taulukon musiikin ja matematiikan samankaltaisuuksista.

Matemaattinen osa-alue	Suhde musiikkiin
Geometria: Muotojen tunnistaminen, avaruudellisten suhteiden kuvaaminen	Notaatio (nuotit ovat ”korkeammalla” tai ”matalammalla” nuottiviivastolla) Äänikaavojen (<i>pattern</i>) jäsentely
Mittaaminen: Mitattavien ulottuvuuksien tunnistaminen ja objektien vertailu näiden ulottuvuuksien avulla	Tonaliteetti (”korkeampi”, ”matalampi”) Tempo (”nopea”, ”hidas”)

Numerot ja operaattorit: Kokonaislukujen ja lukusuhteiden ymmärtäminen (sisältäen vastaavuuden, laske- misen, kardinaalisuuden sekä vertailun konseptit)	Iskujen laskeminen ("kuinka monta isku" rytmisessä kaavassa) Iskujen vertaileminen ("enemmän", "vähemmän")
--	---

Kuva 2. Mukailtu ja käännetty NCTM:n laatiman taulukon pohjalta. (alkuperäinen ABC Music & Me, 4)

Kumpikin taulukko listaa matemaattiset osa-alueet ja niihin verrattavissa olevat alueet, termit ja käsitteet musiikin alalta. Jensenin taulukointi (kuva 1) on lähtenyt liikkeelle musiikillisista elementeistä (vrt. intervallisuhteiden hahmottaminen, $\frac{1}{4}$ - ja puolinuotit rytmikassa, ennakointi soittamisessa, jaksottaminen kuuntelussa) ja nimennyt niille matematiikan alalta vastineet (vrt. etäisyyksien avaruudellinen hahmottaminen, murtolukujen ymmärtäminen, ajoittamisen kyvyn paraneminen, ongelmanratkaisukyvyyn paraneminen). Jensen (2000, 36) toteaa, että musiikki parantaa kykyä luoda, säilyttää, muuntaa ja suhteuttaa jopa monimutkaista tietoa. Taulukoidut elementit ovat siis ainoastaan esimerkkejä siitä, miten musiikki aktivoi ja parantaa aika-avaruudellista hahmottamiskykyä ja siten välillisesti yleisiä ongelmanratkaisutaitoja (Jensen, 2000, 36).

NCTM:n taulukointi lähtee liikkeelle matemaattisista elementeistä ja on ehkä Jensen taulukointia konkreettisempi, vaikka pääteemat ovatkin samat (vrt. (luku)suhteiden ja kaavojen hahmottaminen, tiedon jäsentely, avaruudellinen hahmottaminen). Konkretiansa vuoksi kyseinen taulukko tarjoaa suoraan ideoita musiikin ja matematiikan integraatioon nimeämällä opintokokonaisuuksia, joissa nämä kaksi alaa tukevat toisiaan. NCTM indikoikin, että eristetty "skill and drill"-lähestyminen matematiikan opettamiseen ei ole paras ratkaisu: matematiikkaa on mielekkäintä oppia konteksteissa, jotka mahdollistavat monipuolisen ja luovan ajattelun sekä ongelmanratkaisun (ABC Music & Me).

2.1 Musiikki ja matematiikka aivotutkimuksessa

”The topic of musical expectations is perhaps the area in the cognitive neuroscience of music that most harmoniously unites music theory and neural theory, musicians and scientists, and to understand it completely, we have to study how particular patterns of music give rise to particular patterns of neural activations in the brain.” (Levitin, 2006, 110)

Jo yli vuosisadan ajan aivojen tutkijat ovat pystyneet kartoittamaan aivotoimintoja ja paikantamaan tiettyjä kognitiivisia funktioita (Levitin, 2006, 84) – viime vuosien aikana neurotiede on kehittynyt räjähdysmäisesti uusien psykologisten lähestymistapojen kautta, eri kuvantamismenetelmien (esim. MEG, PET) ja kuvantamista helpottavien lääkkeiden (vrt. serotoniini, dopamiini) myötä (Levitin, 2006, 11). Tieteen ja tekniikan kehittyessä siis mahdollistuu aivotoimintojemme tarkempi ymmärtäminen.

Aivot ovat massiivinen laite, jossa tapahtuvat toiminnot jakautuvat ja kulkevat laajasti läpi aivojen – siksi aivoja ja niiden toimintoja on hankala käsittää kokonaisvaltaisesti. Keskivertoaivoissa on satoja triljoonia (100 000 000 000) neuroneja, hermosoluja. Jokainen neuroni on kiinnittynyt toiseen neuroniin: neljä neuronin voi olla yhteydessä jopa 63 eri tavalla, tai eivät ollenkaan: kun tarkasteltavien neuronien lukumäärä kasvaa, mahdollisten yhteyksien määrä kasvaa eksponentiaalisesti. Yhteyksien määrä kasvaa lopulta niin suureksi, että emme tule todennäköisesti koskaan ymmärtämään kaikkia mahdollisia aivoissa syntyviä yhteyksiä tai varsinkaan sitä, mitä ne (yhteydet) käytännössä tarkoittavat. (Levitin, 2006, 87-88.)

Musiikin ja matematiikan välillä koetut yhteydet selitetään ja perustellaan usein neurologisesti (Jensen, 2000, 33). Neurologinen selitys tässä yhteydessä perustuu siihen, että musiikin käsittely aivoissa tapahtuu samoilla tai lähekkäisillä alueilla toisen tutkittavan tehtävän (vrt. matematiikka, liite 2) kanssa (Eerola, 2014, 14). Tällöin kyseisen aivoalueen harjaannuttaminen musisoimalla edistää myös toisesta tehtävästä suoriutumista (Eerola, 2014, 14).

Kun alamme kuunnella musiikkia, hermosolut alkavat reagoida. Reagoidessaan eli lähettäessään sähköimpulsseja hermosoluista muodostuu uusia hermoratoja – samoja hermoratoja käytetään muun muassa avaruudellista hahmottamista vaativien tehtävien ratkaisussa ja ongelmanratkaisussa. Mitä enemmän kyseisiä hermoratoja käytetään, sitä enemmän ne vahvistuvat – tämän puolestaan katsotaan johtavan parempiin taitoihin kummallakin osa-alueella. (ABC Music & Me.)

Aivoalueet, joita musiikki aktivoi, ovat osittain samoja alueita (liite 2), mitä käytetään matemaattisten tehtävien ratkaisemisessa (Jensen, 2000, 33). Tutkijat ovat selvittäneet matemaattisen toiminnan aiheuttamaa aivotoimintaa behaviorististen menetelmien sekä aivojen kuvantamismenetelmien avulla: aivoinfarktipotilaiden kanssa toteutettu tutkimus viestii, että etulohko, parientaalilohko sekä temporaalilohko (liite 1) ovat matematiikan taitojen kannalta avainasemassa (Jensen, 2000, 33) – aivan kuten musiikin kuuntelemisen ja tuottamisenkin.

2.1.1 Musiikin vaikutus aivoihin - neuro-fysiologinen aivotutkimus

”But the human infant seems to come into the world with a brain already well prepared to figure out its musical world.” (Zatorre, 2005, 314)

Musiikki on aivotutkijoille erityisen kiinnostava alue – monestakin syystä (Miranda & Overy, 2009, 247; Zatorre, 2005). Artikkelissaan *The Neuroscience of Music* (2009) Eduardo Reck Miranda ja Katie Overy painottavat, kuinka musiikin havainnoinnin sekä harjoittamisen tutkiminen voivat parhaimmillaan tarjota näkemyksiä laajaan skaalaan muita aivotoiminnallisia prosesseja sisältäen auditiivisen prosessoinnin, hienomotoriset taidot, lyhytkestoisen muistin, emotionaaliset reaktiot, kognitiivisen ennustamisen ja jopa sosiaalisen kommunikaation. Lisäksi musiikin läsnäolo ja etenkin sen luontainen vastaanotokyky jo varhaislapsuudessa ovat herättäneet tutkijoiden kiinnostuksen musiikin harjoittamisen ja lapsen kehityksen yhteyden tutkimiseen (Zatorre, 2005, 314).

Monet tutkimukset ovat myös osoittaneet muusikoiden aivojen eroavan rakenteellisesti ja toiminnallisesti ei-muusikoiden aivoista (esim. Miranda & Overy, 2009; Collins, A., 2014). Yleisesti ottaen muusikoiden aivot ovat ei-muusikoiden aivoja tiheämmät ja niiden rakenteet ovat kehittyneempiä (vrt. aivokurkiainen (liite 1). Muusikoiden aivoilla on myös nopeampi ja tehokkaampi prosessointikyky sekä paremmat edellytykset asioiden muistamiselle ja muistista palauttamiselle. (Collins, 2014, 7.)

Yksinkertaistettuna musiikin kuunteleminen ja tekeminen aktivoivat ja synkronoivat hermoratoja, mikä puolestaan saa aikaan moninaisia kognitiivisia toimintoja eri puolilla aivoja. Aivojen osista avainasemassa ovat aivojen etulohko, päälakilohko (parietaalilohko), ohimolohko (temporaalilohko) sekä pikkuaivot (liite 1). (Jensen, 2000, 30.)

Kuuleminen ja kuunteleminen ovat kaksi hyvin erilaista toimintoa (Jensen, 2000, 77). Jensen kertoo kuulemisen olevan passiivinen kyky vastaanottaa auditiivista informaatiota (vrt. ääniaallot) korvien, ihon ja kuuloluiden kautta aina aivoihin asti. Kuunteleminen

puolestaan sisältää mahdollisuuden suodattaa, analysoida sekä vastata kuuloaistimuksiin – se on siis aktiivista toimintaa (Jensen, 2000, 77).

Kuuloaistimus muuttuu neuraalisiksi impulsseiksi saavutettuaan sisäkorvan (Zatorre, 2005, 312). Impulssit kulkevat aivoissa monia hermoneitejä pitkin saavuttaakseen lopulta kuuloaivokuoren. Kuuloaivokuori koostuu monista alasektioista, joilla on jokaisella tärkeä tehtävä impulssien purkamisessa ja siten kuullun äänen eri aspektien valottamisessa. Aivokuoren saavuttanut informaatio vuorovaikuttaa myös monien muiden aivoalueiden, erityisesti etulohkon, kanssa, jotta kuullusta voitaisiin muodostaa mahdollisimman kattava tulkinta. (Zatorre, 2005, 312.)

Kun kuuntelemme musiikkia ja sen tiettyjä elementtejä, auditiivinen systeemi hajottaa kuullun materiaalin pieniin osiin – aivot aktivoivat vaihtelevia alueita eristääkseen ja havaitakseen kyseiset elementit (Miranda & Overy, 2009, 248). Eräässä Jensenin (2000, 12) referoimassa tutkimuksessa kuuntelijat kuuntelivat noin 100 kappaleen valikoiman, joka piti sisällään ennestään tuttua musiikkia, uutta musiikkia sekä musiikkia, jossa äänenkorkeus, äänensävy (*timbre*) ja rytmi muuntelivat. Samanaikaisesti aivotoimintoja kuvattiin PET-skannauksen (positroniemissiotomografia) avulla. (Jensen, 2000, 12.)

Tutkimuksessa huomattiin muun muassa, että vasemmassa aivolohkossa sijaitsevan Brocan alueen (liite 1) aktivoivat sekä ennestään tutun musiikin että rytmin kuunteleminen. Aivojen vasemman lohkon takaosassa sijaitsevan precuneuksen aktivoi äänenkorkeuden havainnointi. Harmonian erittely aktivoi myöskin enemmän vasenta aivolohkoa kuin oikeaa. Ainoa musiikillinen elementti, joka aktivoi puolestaan oikean aivolohkon, oli äänensävyyn kuunteleminen. Melodialinjan kuunteleminen aktivoi molemmat aivopuoliskot. (Jensen, 2000, 11 – 15.) Tarkemmat tulokset ovat alla Jensenin teoksesta (2000, 15) mukailussa taulukossa:

MUSIIKILLINEN ELEMENTTI	AKTIVOITUVA AIVOALUE	MUSIIKILLINEN TAUSTA
yleinen kuunteleminen	vasen aivolohko, kuuloaivokuori	muusikko
yleinen kuunteleminen	oikea aivolohko, kuuloaivokuori	ei-muusikko
sävelkorkeuden kuunteleminen	vasen aivolohko, precuneus	muusikko
äänensävyyn kuunteleminen	oikea aivolohko	molemmat
melodian kuunteleminen	oikea temporaalilohko	molemmat
rytmin kuunteleminen	Brocan alue, pikkuaivot	molemmat
tutun musiikin kuunteleminen	Brocan alue	molemmat
kappaleen nimen muisteleminen (kuunnellella)	vasen aivolohko, temporaalilohko	molemmat
sanojen ymmärtäminen (kuunnellella)	Wernicken alue	molemmat

tutun musiikin kuunteleminen	pikkuaivot, temporaalilohko, parientaalilohko	molemmat
tuntemattoman musiikin kuunteleminen	pikkuaivot, temporaalilohko, parientaalilohko, etulohko	muusikko
melodisen linjan kuunteleminen	oikea aivolohko, kuuloaivokuori	molemmat

Kuva 3. (mukailtu, Jensen, 2000, 15).

Taulukosta (kuva 3) voidaan huomata, että muusikoiden ja ei-muusikoiden aivot reagoivat joihinkin musiikillisiin elementteihin eri tavoin. Esimerkiksi musiikin yleiskuvaa kuunneltaessa muusikon vasemman aivolohkon kuuloaivokuori aktivoitui, mutta ei-muusikolla musiikki aikaansai oikean aivolohkon kuuloaivokuoren aktivoitumisen. Myös ennalta tuntemattoman musiikin kuunteleminen osoitti eroja, sillä siinä missä sen kuunteleminen ei juuri aktivoinut ei-muusikon aivoja, muusikon aivojen monet osat aktivoituivat. Muun muassa nämä erot osoittavat, että musiikin pitkäaikaisen harjoittamisen ja tekemisen aktivoiva vaikutus aivoihin on vielä suurempi kuin musiikin kuuntelemisen (Jensen, 2000; ABC Music & Me).

Musiikin tekeminen siis mahdollistaa monien kognitiivisten systeemien, kuten jäsentelyn, luovuuden, ajattelun, päätöksenteon sekä ongelmanratkaisun kehittymisen, sillä se aktivoi näiden (kognitioiden) kannalta merkitykselliset aivoalueet (vrt. kuva 3) korostaen niiden tehokkuutta ja vaikuttavuutta (Jensen, 2000, 30). Musiikin tekeminen kehittää myös ainutlaatuista keskittymiskykyä, sillä lapsen täytyy osata esimerkiksi instrumenttia harjoitellessaan sulkea ympäristönsään häiritseviä tekijöitä pois ja keskittyä valikoivasti (Huotilainen Karjulan, 2009, 12, mukaan). Muun muassa nämä vaikutukset ovat näkemykseni mukaan oppimisympäristöissä tarvittavia tekijöitä, minkä takia aivotutkimus musiikin suhteen luo tutkimukselleni perustan.

Muusikko ja musiikkipedagogi Anita Collins (2014) korostaa, että muuhun aivotutkimukseen verrattuna musiikkiin ja sen vaikutuksiin keskittyvä aivotutkimus on hyvin tuoretta, sillä se on alkanut julkaista tuloksia vasta 1990-luvun puolella välissä. Tutkijat jatkavat työtään selventääkseen jo löydettyjä tuloksia, jotta tietoisuus musiikin vaikutuksesta aivoihin ja siten muun muassa oppimiseen leviäisivät myös esimerkiksi pedagogien arkipäivään (Collins, 2014, 8). Collins (2014, 1) huomauttaakin, että mitä enemmän opettajat tietävät musiikkikasvatuksen tuomista hyödyistä lapsen aivojen kehitykselle, sitä enemmän opettajien itsetunto, sitoutuminen ja vastuuntunto suhteessa tehokkaaseen musiikin opettamiseen kasvavat. Aivotutkimus musiikin kannalta nähdäkseni kasvattaa muiden hyötyjensä ohella musiikin arvostusta myös oppiaineena – tämänkin takia aivotutkimus on tutkimukseni kannalta oleellinen.

2.1.2 Emootiot ja motivaatio - neuro-psykologinen aivotutkimus

”Historian kulussa ovat kenties parhaiten selviytyneet ne lapset, joille on laulettu.” (Tuomas Eerola, Karjalan, 2009, 14, mukaan)

Usein musiikista puhuttaessa nousee esille myös kysymys siitä, miten musiikki vaikuttaa ihmisen mielialaan, emootioihin ja psyykeen. Tiedetään, että musiikki voi selittää fysiologisia muutoksia esimerkiksi sydämen sykkeessä ja hengitystiheydessä, mutta se voi avata myös niitä psykologisia mielialanvaihteluita, joita em. fysiologiset oireet heijastavat. (Zatorre, 2005, 314.)

Kyseisen vaikutuksen merkittävydestä kertoo esimerkiksi eräs tutkimus, jossa opiskelijoita ja (kuva)taiteen ammattilaisia pyydettiin havainnoimaan maalausten tunnelmia ensin taustalla soivan musiikin kanssa. Huomattiin, että havainnoijien tulkinnat teoksista riippuivat enemmän taustalla soivasta musiikista kuin itse maalauksien yleisilmeistä: nekin teokset, jotka koettiin kuvataiteellisten piirteidensä perusteella positiivisina, koettiin lopulta masentavina musiikin soidessa. (Stratton & Zalanowski, 1995, Jensenin, 2000, 50, mukaan.)

Tiedemiehet eivät edelleenkään ole täysin yhtä mieltä siitä, mitä emootiot ovat (Levitin, 2006, 182). Kykenemme erottamaan itsestämme ja ympäristöstämme esimerkiksi tunteita (usein lyhytaikaisia tuntemuksia jonkin tapahtuman seurauksena) ja mielialoja (pidempiaikaisia tiloja), mutta sanavarastomme erilaisille emootiotyypeille saattaa vaihdella paljon (Levitin, 2006, 182). Jensen (2000, 45) kokoaaakin emootiot yhteen emotionaaliseksi älykkyydeksi, joka käsittää muun muassa mielialan, sosiaaliset taidot, motivaation, kulttuuritietoisuuden, estetiikan arvostamisen sekä itsekurin.

Emotionaalinen älykkyys säätelee suurta osaa elämästämme (Jensen, 2000, 47). Usein on osoitettu, että emotionaalinen älykkyys voi olla jopa tärkeämpi tekijä menestyksen saavuttamisessa kuin kognitioiden kehittyminen (Coleman, 1995, Jensenin, 2000, 47, mukaan), sillä se vaikuttaa esimerkiksi koulussa ihmissuhteisiin, koulun ilmapiiriin, koulussa käymiseen ja koulun keskeyttämisten lukumäärään (Jensen, 2000, 47).

Musiikin merkittävä emotionaalinen vaikutus johtaa keskustelun siis suoraan motivaatioon, sillä on havaittu, että aivoalueet, jotka ovat yhteydessä emotionaaliseen älykkyyteen ja siten esimerkiksi motivaatioon, aktivoituvat musiikin tuottaessa kylmät väreet (Blood & Zatorre, 2001). Näitä aivoalueita (liite 1 ja liite 3) ovat muun muassa aivojen etulohko,

parientaali- ja temporaalilohkot (erityisesti Wernicken ja Brocan alueet) sekä keskiaivot (esim. thalamus ja amygdala) (Jensen, 2000, 45).

Nurmi esittelee artikkelissaan *Motivaation merkitys oppimisessa* (2013, 550) muun muassa oppimistilanteiden emootioteorian sekä kiinnostusteorian (kognitiivinen ja emotionaalinen kiinnostus), jotka painottavat emootioiden merkitystä oppimisprosessin yhteydessä. Nurmen (2013, 550) mukaan Pekrun (2009) on emootioteoriassaan erotellut oppimisen yhteydessä havaittuja tunteita kolmeen eri kategoriaan: ennakoivat tunteet (esim. toivo, ilo), suoriutumiseen liittyvät tunteet (esim. palkitsevuus ja ikävystyminen) sekä arvioivat tunteet (esim. ilo, ylpeys, surullisuus, häpeä). Emotionaalisen kiinnostusteoria tarjoaa motivaation lähtökohdiksi yksilön lisäksi ympäristön sekä itse opittavan asian piirteet (esim. merkityksellisyys, tärkeys, ymmärrettävyys). (Nurmi, 2013, 550.)

Motivaatio on tutkimukseni kannalta erittäin tärkeä käsite, sillä sen aikaansaaminen esimerkiksi oppilaan kiinnostuksen kohteet huomioimalla tukee oppilaan oppimista ja siten edelleen nopeuttaa ongelmien ratkaisemista (Walkington, 2013, 932). Oppimisprosessi pitää sisällään paljon tunteita (Nurmi, 2013), ja positiiviset tunteet puolestaan nostavat motivaatiota ja siten helpottavat oppimista: musiikin on koettu olevan eräs hyvin voimakas hyvänolontunteiden aikaansaaaja (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 152), sillä se aktivoi aivoalueita, jotka säätelevät dopamiinin tuotantoa ja näin tuottavat mielihyvää (Särkämö & Huotilainen, 2012, 1334-1335).

2.2 Musiikinteoria ja matematiikka

”There is geometry in the humming of the strings, there is music in the spacing of the spheres.” (Pythagoras, matemaatikko)

Antiikin Kreikan tunnettu matemaatikko ja ajattelija Pythagoras uskoi, että matematiikka ja musiikki ovat molemmat luonnon harmonian ilmentymiä (White & White, 2014, 3). Hän ja hänen aikalaisensa veivät ajattelun jopa niin pitkälle, että uskoivat planeettojen tuottavan harmoniallisia ääniä liikkeessaan avaruudessa (”the music of the spheres”³)

³ ”The music of the spheres” on ikivanha konsepti, jonka perusajatus on se, että universumi on järjestäytynyt samankaltaisen logiikan mukaan kuin musiikin harmonian perusperiaatteet. Useimmat menneisyyden filosofit näkivätkin musiikin ja matematiikan erottamattomina ja yhtenäisinä, maailmankaikkeutemme muodostavana kokonaisuutena – kokonaisuutena, jota nykypäivän pyrkimyksemme yksityiskohtaisuuteen on rikkonut. (Rogers, 2016, 41.)

(White & White, 1980/2014, 4). Pythagorasin ajatukset kulkivat aina keskiajalle asti: Johannes Kepler (1571-1630) – astronomi, joka ensimmäisenä tiivistä planeettojen liikkeitä kolmeen liikkeen lakiin (vrt. Keplerin lait) – spekuloi, mikä planeetta laulaa mitään stemmaa avaruudellisessa kuorossa (White & White, 2014, 4). Onkin pohdittu, johtuuko musiikin uskomaton tunteellinen voima lopulta siitä, että musiikki imitoi kosmista rakennetta (Rogers, 2016, 47).

Konkretiaa musiikinteorian ja matematiikan yhteyteen tuo esimerkki instrumentin kielen värähtelystä: Kun kielen antaa värähdellä, se alkaa värähdellä pituudestaan riippuen tietyllä taajuudella, mikä tuottaa tietyn äänenkorkeuden. Kun ainoastaan puolikkaan kielen antaa värähdellä, syntyvä äänenkorkeus on oktaavia korkeampi. Kun 2/3-kielen antaa värähdellä, saadaan aikaan puhdasta kvinttiä korkeampi ääni. (White & White, 2014, 3). Intervallit ovat siis yksinkertaisia sävelten taajuuksien luomia kokonaislukusuhteita (puhutaan viritysjärjestelmän mukaisesti), kuten seuraava taulukko (kuva 4) osoittaa:

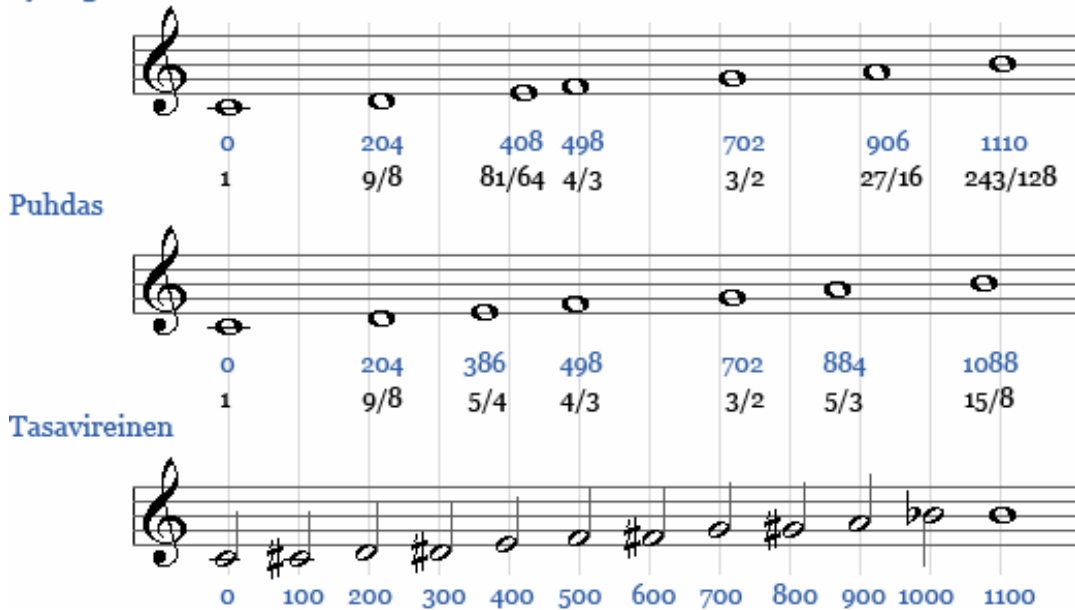
Eri intervallien taajuuksien kokonaislukusuhteet

Priimi	1:1
Pieni sekunti	16:15
Suuri sekunti	9:8
pieni terssi	6:5
Suuri terssi	5:4
Kvartti	4:3
Kvintti	3:2
Seksti	5:3
Septimi	15:8
Oktaavi	2:1

Kuva 4. (Vatanen, 2015, Liite 2.)

Myös erilaiset viritysjärjestelmät toimivat mielestäni hyvänä esimerkkinä musiikinteorian matemaattisesta pohjasta.

Pythagoralainen



Kuva 5. (Joutsenvirta, 2005, <http://www2.siba.fi/akustiikka/index.php?id=21&la=fi>)

Nuottikuva (kuva 5) havainnollistaa viritysjärjestelmien eroja siten, että mitä enemmän vasemmalle sävel on sijoitettu viivastolla, sitä matalampi se on. Kuvasta nähdään esimerkiksi, että pythagoralaisen viritysjärjestelmän sävel e^1 (alimmalla viivalla oleva sävel) on korkeampi kuin sama sävel puhtaan viritysjärjestelmän mukaan. Tasavireisen eli tasavälisen viritysjärjestelmän e^1 -sävel sijaitsee korkeudeltaan puhtaan ja pythagoralaisen viritysjärjestelmän e^1 -sävelten välissä. (Joutsenvirta, 2005.)

Useat äänen tuottamiseen, kulkemiseen sekä akustiikkaan liittyvät käsitteet (esim. äänenvoimakkuus, äänen etenemisnopeus, äänen taajuus) voidaan havainnollistaa ja konkretisoida matemaattisten kaavojen avulla (Joutsenvirta, 2005). Konkreettinen esimerkki näkyy myös ylläolevassa nuottikuvassa (kuva 5). Kuvassa olevat siniset luvut ovat senttejä. Sentti (C) on yksikkö, jota käytetään mikrointervallien mittaamiseen. Kuten nuottikuvan (kuva 5) alimmalta viivastolta voidaan huomata, yksi sentti on tasavireisen puolisävelaskelen sadasosa. Näin ollen tasavireinen kokosävelaskel on 200 C. Koko tasavireinen viritysjärjestelmä onkin rakennettu siten, että kokosävelaskeleet ovat aina 200 C – välit ovat siis tasaisia (vrt. ”tasavälinen”). Senttiarvon laskemiselle on myös matemaattinen kaava, jossa murtoluku $\frac{a}{b}$ on intervallien taajuuksien kokonaislukusuhte (kuva 4) ja k matemaattinen vakio, suuruudeltaan $1200/^{10}\log 2$. (Joutsenvirta, 2005.)

$$\text{senttiarvo} = \log \frac{a}{b} \times k$$

Myös harmoninen yläsävelsarja, joka muodostuu perustaajuuden (f) kokonaislukukerrannaisista ⁴($2f$, $3f$, $4f$...), on matematiikan avulla kirjoitettavissa. Perustaajuus (f) on yläsävelsarjan ensimmäinen osaaänes, seuraava ($2f$) on perustaajuutta oktaavia korkeampi, kolmas ($3f$) puhdasta kvinttiä korkeampi ja niin edelleen. (Joutsenvirta, 2005.) Yläsävelsarjan muodostavien sävelien taajuudet muodostavatkin matematiikan oppimäärästä tutun aritmeettisen lukujonon, jonka peräkkäisten jäsenten (vrt. osaaänesten) erotus on aina sama (Vatanen, 2015, 17-20).

Erittelemäni musiikinteorian ilmiöt ovat ainoastaan esimerkkejä lukuisista ilmiöistä, jotka voidaan esittää matemaattisesti. Harvey White ja Donald White (2014) käsittelevät laajasti näitä ilmiöitä ja avaavat muun muassa värähteleviä systeemejä, aaltoliikettä, äänen kulkeutumista, resonanssia, diffraktiota, interferenssiä, yläsävelsarjoja, äänen intensiteettiä ja niin edelleen. Valikoin tutkielmaani näistä ilmiöistä ainoastaan esimerkit, sillä näkemykseni mukaan jo muutama esimerkki osoittaa musiikinteorian ja matematiikan tiiviin suhteen.

⁴ Kerrotaan joku luku f jollakin kokonaisluvulla y . Esim. $f = 440$ Hz, $y = 3$
 $y * f = 3f = 3 * 440$ Hz = 1320 Hz

3 Tutkimusasetelma

3.1 Tutkimustehtävä

Tässä tutkimuksessa tarkoitukseni on selvittää, miten musiikkia ja matematiikkaa on hyödynnetty toistensa opetuksessa, miten sitä on jo tutkittu ja toisaalta pohtia, miten niitä edelleen integroimalla voisi kehittää yleisiä ongelmanratkaisutaitoja.

Tutkimuskysymyksiksi rajautui kaksi kysymystä:

1. Miten musiikin ja matematiikan hyötyjä toistensa oppimisessa on tutkittu?
2. Miten musiikkia ja matematiikkaa integroimalla voidaan kehittää oppilaan ongelmanratkaisutaitoja kouluympäristössä?

3.2 Kirjallisuuskatsaus

Tutkimukseni on kirjallisuuskatsaus. Kirjallisuuskatsaus perustuu olemassa olevaan tieteelliseen tutkimukseen ja raportointiin – sen avulla kartoitetaan sitä, mitä kyseisestä aihepiiristä jo tiedetään (Hirsjärvi & Remes & Sajavaara, 2003). Katsaus keskittyy materiaaliin ja kirjallisuuteen, joka on tutkittavan aihepiirin kannalta olennaisinta (Hirsjärvi & Remes & Sajavaara, 2003, 111), ja pyrkii tuomaan esille tutkittavan aiheen keskeisimmät näkökulmat, olennaisimmat tutkijat sekä tärkeimmät tutkimustulokset (Hirsjärvi & Remes & Sajavaara, 2003, 112).

Katsaukseni on osittain myös kriittinen, sillä useimmat käyttämäni lähdemateriaalit tarkastelevat aiheitani näkökulmasta, jossa musiikki nähdään ainoastaan välinearvona – keinona parantaa esimerkiksi matemaattista suorituskkyä tai tuloksia erilaisissa avaruudellista hahmottamista mittaavissa testeissä (vrt. esim. ABC – Music and Me). Kriittinen kirjallisuuskatsaus pyrkii osoittamaan, mitä näkökulmaa ei ole vielä tarkasteltu tai mitä tulisi vielä ottaa huomioon (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara, 1998). Tarkoitukseni onkin tutkimuksessani nostaa musiikki matematiikan rinnalle ja tarkastella, miten niiden holistisella hyödyntämisellä voitaisiin kehittää yleisiä ongelmanratkaisutaitoja. Kriittisyys näkyy tutkielmassani huomiona siitä, mitä ei ole vielä tutkittu, mitä ei ole vielä otettu huomioon ja mitä mahdollisuuksia uudenlainen näkökulma tarjoaisi niin tutkimukselle kuin

konkreettiselle opetustyölle. Painotan musiikin nostamista matematiikalle tasavertaiseksi tutkimuksien tarkastelukohteeksi läpi tutkielmani.

Lähdemateriaalini valikoitui lähteiden luotettavuuden, sopivuuden, ymmärrettävyyden, aiheisällöllisen rikkauden ja monipuolisuuden sekä saatavuuden mukaan. Lähteissäni on maisterintutkielmia, tieteellisiä teoksia, monipuolisesti tutkimusraportteja sekä tieteellisiä artikkeleita. Käytin lähteenäni myös uusia peruskoulun ja lukion opetussuunnitelman perusteita (2014) sekä niiden luonnoksia, sillä ne perustelevat tutkimukseni ajankohtaisuuden ja tarpeellisuuden. Katsauksen kannalta on tärkeää varmistaa, että lähdeaineisto esittelee mahdollisimman kattavasti ja rehellisesti tutkittavan aiheen tutkimuskenttää, mutta on silti kriittisesti valikoitu vastaamaan mahdollisimman hyvin oman tutkimuksen kysymyksiin ja tavoitteisiin (Hirsjärvi & Remes & Sajavaara, 2003, 113). Pyrin omassa tutkielmassani valitsemaan lähdeaineistoni mahdollisimman monipuolisesti, mutta tarkoituksellisesti.

Hakusanoinani käytin muun muassa:

- musiikki + matematiikka / music + mathematics
- musiikki + aivot / music + brain
- musiikki + motivaatio / music + motivation
- motivaatio + aivot / motivation + brain
- musiikinteoria + matematiikka / music theory + mathematics
- musiikki + matematiikka + integraatio / music + mathematics + integration
- ongelmanratkaisu & ongelmanratkaisutaidot / problem-solving & problem-solving skills

Hakusanani valikoituivat ja jäsenyivät siis pitkälti tutkielmani rakenteen perusteella – ja toisinpäin. Käytin eniten EBSCO-tietokantaa, josta onnistuin helposti rajaamaan tuloksiksi ainoastaan vertaisarvioituja lähteitä: näin sain lähteikseni tieteellisesti luotettavia raportteja ja artikkeleita. Suurin osa lähteistäni on englanninkielisiä, sillä tutkimusta tehdessäni havaitsin englanninkielisen kirjallisuuden olevan toistaiseksi suomenkielistä laajempaa ja monialaisempaa, ja sitä oli saatavilla ehdottomasti enemmän.

4 Tulokset

Vuonna 2016 otettiin käyttöön uudet valtakunnalliset perusopetuksen opetussuunnitelmat. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) käsitellään erityisesti kahta sellaista pääkohtaa, jotka ovat oleellisia tutkimukseni ajankohtaisuuden kannalta – ilmiöpohjaista opetusta ja luovuuden kautta kohoavaa motivaatiota oppimista kohtaan. Motivaatiota käsitelin laajemmin teorialuvussa (2.1.2). Koenkin, että opetussuunnitelman perusteet tukevat tutkimukseni tarpeellisuutta.

Uudet perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (POPS, 2014) nimeää yhdeksi tärkeäksi tavoitteeksi ilmiöpohjaisen opetuksen. Ilmiöpohjaisen opetuksen yksi toteutusmuoto on ainerajoja rikkova opetus, integroiva opetus (POPS, 2014). Oppiaineiden integroimisen hyötyjä ovat muun muassa oppilaan holististen ajattelutaitojen kehittyminen, aineidenvälisen yhteyksien tunnistaminen, uudenlaiset ja innostavat oppimiskokemukset, mahdollisuudet luovuudelle, motivaation kohoaminen sekä sosiaalisten taitojen kehittyminen lisääntyneen interaktiivisuuden kautta (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 150).

Lukion opetussuunnitelman perusteiden luonnostekstissä (LOPS, 2015) esitellään aihekokonaisuuksia, joiden tulisi heijastua yli oppiainerajojen (vrt. Aktiivinen kansalaisuus, yrittäjäyys ja työelämä; Hyvinvointi ja turvallisuus; Kestävä elämäntapa ja globaali vastuu; Kulttuurien tuntemus ja kansainvälisyys; Mediat ja monilukutaito; Teknologia ja yhteiskunta) ja joiden tavoitteena tarjota oppilaalle ”mahdollisuuksia osaamisen jakamiseen, vertaisoppimiseen, ratkaisujen, yhdessä ideointiin ja tuottamiseen sekä luovaan ongelmanratkaisuun ja ajatteluun” (LOPS, 2015, 26).

Opetussuunnitelmassa monesti mainitut ongelmanratkaisutaidot on käsitteenä mielestäni laaja ja moniulotteinen. Aleks Rantala (2002) kokoaa maisterintutkielmassaan ongelmanratkaisun pitävän sisällään ennalta hankitun tiedon käyttämistä uudessa kontekstissa, lukuisien taitojen käyttämistä, tiedon palauttamista muistista sekä oman suoriutumisen ja ajattelun arvioimista. Ongelmanratkaisuprosessin on nähty koostuvan kolmesta osasta: ongelmatilanteeseen tutustumisesta, ratkaisun suunnittelemisesta ja toteutuksesta sekä saadun ratkaisun arvioinnista. (Rantala, 2002, 16). Lisäksi Rantalan lainaama Charles (1990) painottaa, että ongelmanratkaisutaidoista puhuttaessa motivaatio ja itsetunto ovat keskiössä (Rantala, 2002, 16).

Ongelmanratkaisun merkityksen lisäksi opetussuunnitelmassa huomautetaan myös, että oppilaan oppimisprosessia - etenkin motivaatiota - ohjaavat muun muassa oppilaan omat kiinnostuksen kohteet, arvostukset, työskentelytavat, kokemukset, tunteet sekä käsitykset itsestä oppijana (POPS, 2014, 17). Mielestäni motivaatio on erittäin tärkeä näkökulma toiseen tutkimuskysymykseeni vastatessa, joten palaan luvussa 4.2 aiheeseen.

4.1 Miten musiikin ja matematiikan hyötyjä toistensa oppimisessa on tutkittu?

”It’s easy to see how music became the ”math booster”.” (Jensen, 2000, 37)

Tässä tulosluvussa referoin tutkimuksia, jotka ovat osoittaneet matematiikan ja musiikin hyödyttävän toisiaan ja pyrin selittämään, miten hyötysuhdetta on tutkittu ja tutkimusten aikana tai pohjalta käytetty. Kuten referoimani tutkimukset osoittavat, musiikkia on usein vaihtelevin perustein hyödynnetty matemaattisten oppimistulosten parantamiseksi – päinvastaista tutkimusta en löytänyt juuri ollenkaan. Musiikkia ja matematiikkaa on siis hyödynnetty toistaiseksi mielestäni hyvin yksipuolisesti ja hyvin vähän pitkäaikaisesti kouluympäristössä (vrt. 4.2).

Vuonna 1993 arvostettu Nature-lehti julkaisi tutkimuksen, joka herätti paljon huomiota: Rauscherin, Shaw’n ja Kyn julkaisusta *Music and Spatial Task Performance* nousi esille ensimmäistä kertaa käsite Mozart-efekti (Jensen, 2000, 37). Kalifornian yliopistossa suoritettussa tutkimuksessa osallistujat jaettiin kolmeen ryhmään, jotka kuuntelivat kuulokkeista rentoutumisnauhaa, luonnollista hiljaisuutta (*white noise*) tai Mozartin sonaattia kahdelle pianolle (D-duuri, K. 448) kymmenen minuutin ajan (Nantais & Schellenberg, 1999). Tämän jälkeen osallistujat vastasivat avaruudellista hahmottamista mittaavaan testiin (Jensen, 2000, 37). Huomattiin, että Mozartia kuunnellut ryhmä pärjäsikin kahta muuta ryhmää paremmin testissä (Nantais & Schellenberg, 1999) – heidän älykkyysosamääränsä kerrottiin kohonneen keskimäärin hetkellisesti 8-9 pistettä (McKelvie & Low, 2002).

Mozart-efekti sai tutkimuksen julkaisemisen jälkeen osakseen suuren mediahuomion: lasten älykkyyden parantamiseksi julkaistiin nettisivuja, pidettiin konferensseja, perustettiin instituutioita ja koottiin Mozartin musiikista koostuvia levyjä (McKelvie & Low, 2002). Efektin saaman huomion ja suosion takia monet muut tutkimusryhmät kokivat tarpeelliseksi ja tärkeäksi toistaa testiä ja todistaa, että tulokset ovat luotettavia (McKelvie & Low, 2002; Nantais & Schellenberg, 1999; ABC Music & Me).

Tutkimusta toistettaessa Mozart-efekti alkoi saada osakseen paljon kritiikkiä, sillä samankaltaisia suoraan älykkyydosamäärää parantavia tuloksia ei saatu (Jensen, 2000, 37; McKelvin & Low, 2002). Myös Mozart-efektin lyhyt kesto sai osakseen hämmästelyä (Jensen, 2000, 38) – positiiviset vaikutukset avaruudelliseen hahmotuskykyyn kymmenen minuutin kuuntelun jälkeen kestivät korkeintaan vain 15 minuuttia (ABC Music & Me). Kritiikistä huolimatta alkuperäiset tutkijat (Raucher, Shaw & Ky) ovat toistaneet tutkimustaan ja seisovat edelleen Mozart-efektin vaikutusten takana (Jensen, 2000, 38).

Jensen (2000, 34) referoi kirjassaan myös Dr. Shaw'n tutkimusryhmän toteuttamaa tutkimusta musiikin vaikutuksista matemaattiseen osaamiseen. Oletus oli, että jos musiikki todella vaikuttaisi positiivisesti kykyymme ymmärtää mittasuhteita, matemaattisen kokeen pisteiden pitäisi parantua kokelaan altistuessa musiikille. Tutkimukseen osallistui kolme ryhmää:

- 1) 29 oppilasta, jotka saivat piano-opetusta ja pelasivat avaruudellista hahmotuskykyä vaativaa matemaattista videopeliä
- 2) 29 oppilasta, jotka saivat tietokonepohjaista englannin opetusta ja pelasivat avaruudellista hahmotuskykyä vaativaa matemaattista videopeliä
- 3) 28 oppilasta, jotka eivät saaneet normaalista poikkeavaa opetusta (=kontrolliryhmä). (Jensen, 2000, 34.)

Jensen (2000, 34) kokoaa tulosten olleen vaikuttavia: Matemaattinen videopeli nosti kummassakin testiryhmässä kokeen pisteitä 36 prosentilla. Ryhmä 1, joka videopelin lisäksi sai piano-opetusta, sai vielä 15 prosenttia korkeammat pisteet kuin Englantia opiskellut ryhmä 2. Shaw uskoi tuloksen kertovan siitä, että pianonsoitto edistää sekä avaruudellista hahmotuskykyä että kykyä ennakoita – kumpikin tärkeitä taitoja matemaattisten tehtävien ratkaisemisessa. (Jensen, 2000, 34.)

ABC Music & Me:n laatiman tutkimuksen tehtävä oli osoittaa, minkälainen musiikinopetus saa aikaan parhaat oppimistulokset matematiikassa. Tutkimusraportti suhtautuu kriittisesti Mozart-efektiin, ja tutkimus toteutettiin aiempia esittelemiäni tutkimuksia monipuolisemman musiikkiohjelman avulla – tutkimus nosti mielestäni musiikin arvoa osana prosessia, sillä tutkimuksessa käytetyt testit mittasivat myös musiikillista osaamista. (ABC Music & Me.)

Tutkijat olivat kiinnostuneita myös siitä, vaikuttaako opetukseen osallistumisen aktiivisuus (osallistuuko oppilas musiikinopetukseen paljon vai vähän) oppimistulokseen. Oletuksena oli, että kaikista tehokkain tapa on mahdollisimman järjestelmällinen, artikuloitu sekä systeeminen lähestymistapa ja aktiivinen osallistuminen opetukseen. Tutkimukseen osallistui 71 lasta (3-5-vuotiaita), joilla oli kaikilla erilaiset taustat. Koeryhmä sai 30 viikkoa musiikkiohjausta (Kindermusik-ohjelma⁵), joka tapahtui sekä opettajajohtoisesti että kotona itseohjautuvasti. Kontrolliryhmä ei osallistunut kyseiseen opetukseen. Kaikilla lapsilla teetettiin kognitiivisia taitoja ja musiikillista osaamista mittaava laaja testi (kuusi erilaista testiä Stanford-Binet –valikoimasta sekä erillisiä tutkimusta varten luotuja musiikillisia testejä) 30 viikon opetusperiodin aluksi ja lopuksi. (ABC Music & Me.)

Tulokset 30 viikon jälkeen olivat merkittävästi paremmat koeryhmällä (+ 2,9 pistettä verrattuna ennakkotestiin) kuin kontrolliryhmällä (-0,7 pistettä). Myös koeryhmän sisällä oli havaittavissa huomattavia eroja. Mitä enemmän koeryhmän lapset olivat osallistuneet opetukseen ja mitä järjestelmällisemmin he olivat tehneet tehtävänsä, sitä paremmat olivat tulokset. Minimaalisesti opetukseen osallistuneet koeryhmäläiset paransivat tuloksiaan 6,4 pisteellä, kun taas aktiivisimmin osallistuneet menestyivät jopa 9,1 pistettä paremmin. (ABC Music & Me.)

Lopputulemana pääteltiin, että Kindermusik-ohjelmaan osallistuminen tarjosi kaksiker-
taisen todennäköisyyden menestyä Stanford-Binet –testissä verrattuna osallistumatta jät-
täneiden menestymismahdollisuuksiin. Tutkijat huomasivat, että varhaisiän musiikkikas-
vatuksen ja kognitiivisen kasvun (l. musiikkiin liittymättömien kykyjen paranemisen) vä-
lillä on selkeä linkki – musiikki on hyödyksi matemaattisen aika-avaruudellisen ajattelun
kehittymiselle. (ABC Music & Me.)

Aivotutkimus on myös todistanut, että tasainen syke (esimerkiksi tasaiset lyönnit rum-
puun) vaikuttaa positiivisesti ihmisen huomiokykyyn (Geist, Geist & Kuznik, 2012).
Geistin ja kumppaneiden artikkelin (2012) referoima Zentnerin ja Eerolan (2010) tutki-
mus todistaa, että tasaisen sykkeen kuunteleminen matematiikan opetuksen aikana voi
aikaansaada parempaa hahmotuskykyä sekä parantaa keskittymistä. Tutkimuksessa oli
mukana 120 5–24 -kuukautista lasta, joita stimuloitiin sekä verbaalisesti että rytmisen
ärsykkeen avulla. Lasten huomiokyky parani huomattavasti enemmän, kun stimulaatio
tapahtui rytmin avulla. Artikkelin päättelee, että varhaisiässä lapsilla on upea kyky

⁵ Kindermusik-ohjelmasta tarkemmin nettisivulla:

<https://www.kindermusik.com>

nähdä ja kuulla rakenteita musiikissa: näiden havaintojen tukeminen saattaa parantaa lapsen kognitiivisia kykyjä sekä lapsen keskittymiskykyä. (Geist, Geist & Kuznik, 2012.)

Artikkeli korostaa myös sitä, kuinka musiikin kuunteleminen ja tekeminen mahdollistavat jo pienellekin lapselle pitkäaikaisen ja aktiivisen osallistumisen matemaattiseen ajatteluun ja tekemiseen (Geist & Geist & Kuznik, 2012, 76). Musiikki siis rikastuttaa lapsen oppimisympäristöä siten, että tekemisen mielekäs intensiteetti korostaa oppimisen iloa ja tarjoaa lapselle mahdollisuuden olla omassa oppimisessaan aktiivinen osapuoli (Edelson & Johnson, 2003, Geist, Geist & Kuznikin, 2012, 76, mukaan).

Tämän ajatuksen pohjalta toteutettiin tutkimus (Geist, Geist & Kuznik, 2012), jossa 3- ja 4-vuotiaita lapsia haastateltiin heidän saamastaan matematiikan opetuksesta luokkatilanteessa. Opetuksesta osa sisälsi musiikkia, osa ei. Kaikki lapset yhtä lukuun ottamatta mainitsivat haastatteluissaan musiikin, ja useat heistä käyttivät musiikkia apunaan selittäessään oppimiaan matemaattisia konsepteja. Suurin osa lapsista ei näyttänyt tunnistavan luokkatilanteessa tapahtunutta aktiviteettia matematiikaksi. Lapset, jotka eivät olleet saaneet musiikillisia kokemuksia matematiikan yhteydessä, muistivat oppimansa matemaattiset konseptit huonosti. (Geist, Geist & Kuznik, 2012, 76–78.)

Tutkimukset ovat siis osoittaneet, että musiikin vaikutus matemaattiseen ajatteluun on ehdottomasti positiivinen. Musiikin ei enää uskota kuitenkaan suoranaisesti kohottavan älykkyydosamäärää tai johtavan kiistattomasti esimerkiksi parempaan koulumenestykseen, vaan aktivoivan tiettyjä aika-avaruudelliseen hahmottamiseen tarvittavia aivoalueita mahdollistaen myös uusien hermopolkujen kehittymisen ja siten paremmat mahdollisuudet tuottaa luovia ratkaisuja (esim. ABC Music & Me). Mielestäni ongelmanratkaisutaidot onkin hyvä termi kuvaamaan tätä kokonaisvaikutusta, ja se on mainittu useissa lukemissani tutkimuksissa (ABC Music & Me; Geist, Geist & Kuznik, 2012; An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014; Walkington, 2013 jne.).

4.2 Miten musiikkia ja matematiikkaa integroimalla voidaan kehittää oppilaan ongelmanratkaisutaitoja kouluympäristössä?

Toisessa tulosluvussa paneudun siihen, mitä konkreettisia mahdollisuuksia tutkimus musiikin ja matematiikan hyödyistä (4.1) tarjoaa nimenomaan kouluympäristössä tapahtuvalle oppiaineiden integroinnille, oppimiselle ja sitä kautta lapsen ongelmanratkaisutai-

tojen kehittymiselle. Vaikka tutkimus on toistaiseksi ollut monipuolista ainoastaan näkökulmasta, jossa musiikkia käytetään matematiikan oppimisvälineenä, olen tutkimuksia lukiessani havainnut, että tutkimukseen osallistuvilla on usein väistämättä tarjoutunut tilaisuus oppia uusia asioita myös musiikista (vrt. esim. Geist, Geist & Kuznik, 2012). Uskonkin, että jos tämä (musiikin oppiminen) nostettaisiin tutkimusten sisällä matematiikan oppimiselle tasa-arvoiseksi tavoitteeksi, hyödyttäisi se molempien tavoitteiden saavuttamista entisestään. Kokoan tulokseni yhteen Pohdinta-luvussa (5).

Musiikkikasvatuksen emeritusprofessori George Rogers (2016) havainnollistaa musiikin ja luonnontieteiden olevan loistava integraatiomahdollisuus. Aineiden integrointi puolestaan tarjoaa oppilaille, opettajille ja koulujen hallinnon työntekijöille mahdollisuuden nähdä, että musiikki, matematiikka ja luonnontieteet jakavat yhteisen perustan, jota voi hyödyntää: kyseisten, toisiaan tukevien aineiden integrointi luo vankan perustan ilmiöpohjaiselle lukujärjestykselle ja siten oppilaiden kyvyille hahmottaa tietoa ja maailmaa (Rogers, 2016, 42).

Rogers (2016, 47) esittelee seuraavanlaisen konkreettisen esimerkin musiikin ja tieteen integraatiomahdollisuudesta. Kyseinen malli perustuu pitkälti musiikinteorian, matematiikan ja universumin rakenteen havaituille yhteyksille (vrt. 2.2).

TEEMA	PERIODIT	SISÄLTÖ
Esittely: tiede ja musiikki	1 tai 2	Ääniaallot, äänen eteneminen, frekvenssi, sävelkorkeus, yläsävelsarjat. Demoja esimerkiksi elektronisen virittimen avulla (hertsit verrattuna sävelkorkeuteen) ja yläsävelsarjan tutkiskelua eri soittimien avulla.
Pythagoras, matematiikka ja musiikki	2	Intervallit ja harmonia. Yksinkertaisten intervallien kirjoittaminen viivastolle ja niiden kokonaislukusuhteiden laskeminen (sekä tarkastaminen virittimen avulla).
Moderni Aurinkokunta	1	Tämänhetkinen heliosentrinen teoria: 8 varsinaista planeettaa, kääpiöplaneetat, planeettojen kiertoradat, koot ja sijoittuminen avaruudessa.

Antiikin ajan musiikillinen universumi	2	Geosentriset teoriat: viisi paljain silmin havaittavaa planeettaa, kuljeksivat tähdet, samakeskiset kiertoradat, planeettojen harmoniat. Pythagoras, Ptolemy.
Planeetat, sävelkorkeudet ja tähtikuviot	1	Kepler, Galileo, Newton. "The music of the spheres", länsimaiset ja islamilaiset teoriat, numeron 12 tärkeys astronomiassa ja musiikissa, kaikkien puhtaiden intervallien laskeminen.
Keplerin planeetat	2	Planeettojen kiertonopeudet suhteessa intervalleihin. Roolipelejä, sävelkorvan harjoittamista, planeettojen toiminnan tutkimista.
Newton, painovoima ja kielten viritys	1	Painovoima, kielten virittäminen, käänteisen neliön laki, resonanssi planeettojen ja kuiden kiertoradoilla, helioseismologia.

Kuva 6. (mukailtu, Rogers, 2016, 47).

Kyseinen suunnitelma on rakennettu lukioikäisten opiskelijoiden oletetun aineiden hallinnan pohjalta, mutta sitä voi toki soveltaa myös alemmilla vuosiluokilla (Rogers, 2016, 42). Periodit ovat tietysti kestoiltaan vaihtelevia eri kouluissa, mutta nähdäkseni ne havainnollistavat silti hyvin sitä, kuinka paljon kuhunkin aihealueeseen on hyvä käyttää aikaa suhteessa toisiinsa. Rogersin integraatiosuunnitelma pitää näkemykseni mukaan sisällään samoja yläkäsitteitä (vrt. sävelkorkeus, intervallit, etäisyydet...) kuin teorialuvussa (luku 2) esittelemäni Jensenin (2000) taulukointi (kuva 1) musiikin ja matematiikan yhtäläisyyksistä. Samoin perustein myös tämä suunnitelma mahdollistaa lapsen ongelmanratkaisutaitojen kehittymisen.

Rogers (2016) painottaa myös opettajan roolia integroinnin suunnittelemisessa ja toteuttamisessa. Hänen mielestään integraatio tarjoaa oppilaiden lisäksi myös opettajille uusia, avartavia mahdollisuuksia. Rogers huomauttaa, että paras integraatiosuunnitelma saadaan aikaan, kun opettajat yhdistävät voimansa, tekevät saumatonta tiimityötä ja siten laajentavat myös omaa ymmärrystään toisista oppiaineista. (Rogers, 2016)

Erään tutkimuksen (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014) tarkoituksena oli selvittää, mitä ovat opettajien näkemykset musiikin ja matematiikan integroimisesta ja miten he suunnittelevat integroivansa pysyvästi musiikkia matematiikan opetukseen tulevaisuudessa työelämässään. Tutkimukseen osallistui 53 opettajaopiskelijaa, jotka pitivät kaikki kuusi 40 minuutin mittaista musiikki-matematiikkatuntia kuuden viikon periodin aikana. Periodin jälkeen he osallistuivat interaktiiviseen verkkokeskusteluun, kirjoittivat kokemastaan reflektoivan esseen sekä kommentoivat toistensa esseitä. Vaikka tämäkin tutkimus toteutettiin matematiikan näkökulmasta, huomasivat opettajaopiskelijat tutkimuksen aikana, että asenne ja innostus musiikkia kohtaan, musiikin ymmärtäminen ja uskallus opettaa musiikkia kasvoivat samalla. (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014.)

Kun opettajaopiskelijoita pyydettiin tutkimusjakson jälkeen tekemään havaintoja tutkimusjaksosta ja jakamaan omia kokemuksiaan integraatiosta ja sen tuloksista, huomattiin kokemusten jakautuvan neljään eri pääteemaan:

1. Yleisten matematiikan oppimiseen liittyvien ongelmien korjaantuminen
2. Oppilaiden akateemisten tulosten paraneminen
3. Oppimisen ilo: nautinnollisia oppimiskokemuksia myös matematiikan yhteydessä
4. Luovuuden kehittyminen. (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 158.)

Eräs opettajaopiskelija totesi musiikin olevan avain sieluun: sitä käytetään juhlimiseen, ilmaisuun, kanssakäymiseen ja nautintoon – miksi se ei siis toimisi opetuksen yhteydessä? Hänen mielestään musiikki antaa oppilaille käytännöllisen lähestymiskulman oppimiseen ja matematiikan käyttämiseen työvälineenä, ja siksi onkin tärkeää kehitellä metodeja, jotka herättävät oppilaan huomion siten, että opetettavat ilmiöt jäävät mieleen. (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 159.)

Kun opettajaopiskelijoita pyydettiin pohtimaan, miksi he ovat havainneet integraation parantavan oppilaiden (koulu)menestystä, opettajaopiskelijoiden vastaukset pystyttiin jaottelemaan kolmeen eri pääteemaan:

1. Integrointi stimuloi aivoja ja siten kognitiivista kehitystä (vrt. luku 2.1)

2. Integrointi helpottaa tiedonjäsentelyä ja muistamista, sillä ilmiöiden väliset yhteydet on helpompi havaita⁶
3. Integrointi antaa opettajille mahdollisuuden esittää matemaattisia ilmiöitä monipuolisemmassa kontekstissa (vrt. musiikki). (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 159.)

Tutkimuksen päätehtävänä oli kartoittaa, miten tulevaisuuden opettajat suunnittelevat tekevänsä musiikin ja matematiikan integraatiosta osan arkipäivän opetustyötään ja mitä osa-alueita he pitävät parhaina integraation kannalta (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014). Eräs opettajaopiskelija huomauttikin, kuinka tärkeää tulevaisuuden opettajan on luoda luokkaansa stressitön ilmapiiri. Hänen mielestään musiikki voi vähentää stressitasoja huomattavasti ja tehdä hänenkin tunneistaan eloisampia ja innostavampia. (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 160.)

Opettajaopiskelijoiden näkemykset siitä, mitä matematiikan osa-alueita on kannattavaa integroida musiikin kanssa, jakautuivat tutkimusperiodin jälkeen viiteen eri ilmiöön:

1. Numerot ja operaatiot (75,22%)
2. Algebra (55,96%)
3. Geometria (37,61%)
4. Todennäköisyys ja tilastotiede (32,11%)
5. Mittaaminen (15,60%)

Prosenttiluvut kunkin kategorian perässä havainnollistavat sitä, kuinka suuri osa vastaaneista opettajaopiskelijoista piti juuri kyseisen kategorian integroimista hyvänä ja kannattavana. (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 161.)

Numerot ja operaatiot –kategoria, joka piti sisällään esimerkiksi laskemisen (yhteenlasku, vähennyslasku, kertolasku, jakolasku), lukusuhteet, murtoluvut, reaalitylvut ja kokonaisluvut, oli opettajaopiskelijoiden mielestä matematiikan osa-alue, jota tulisi ehdottomasti integroida musiikin kanssa muun muassa säveltämisen ja soittamisaktiviteettien kautta

⁶ Etenkin kohta 2 nitoutuu mielestäni tiiviisti tulosluvun (4) alussa esittelemiini ongelmanratkaisutaitoihin, joiden totesin pitävän sisällään ennalta hankitun tiedon yhdistämistä uuteen kontekstiin (vrt. tiedonjäsentely ja ilmiöiden väliset yhteydet) sekä tiedon palauttamista muistista (muistaminen).

(An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 161). Eräs opettajaopiskelija antoi esimerkkinä tehtävän, jossa hän jakaisi oppilailleen eri värisiä ja eri taajuuksilla soivia kelloja, jotka kaikki edustaisivat eri lukuja (esim. sininen = 1, vihreä = 2 jne.). Tämän jälkeen hän esittäisi luokalle erilaisia matemaattisia laskutehtäviä (esimerkiksi ”Mitä on $5 - 2$?”), joihin oppilaiden tulisi esittää vastaus soittamalla oikeaa numeroa edustavaa kelloa. (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014, 162.)

Toinen näkökulma integraatioon ja ongelmanratkaisutaitojen kehittämiseen on motivaatio, jota käsittelin aivotutkimuksen näkökulmasta tutkimukseni teoreettisessa viitekehyksessä (2.1.2). Uudet perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014, 17) huomauttavat, että oppilaan omat kiinnostuksen kohteet ja arvostukset ohjaavat oppilaan oppimisprosessia ja siten vaikuttavat motivaatioon – voisiko siis esimerkiksi musiikkiin liittyvät matematiikan tehtävät motivoida oppilaita ja siten nopeuttaa oppimista?

Motivaatiota on tutkittu lukiossa (*high school*) toteutetulla tutkimuksella, jossa osallistujat (oppilaat) vastasivat ensin kyselyyn koskien heidän harrastuksiaan ja kiinnostuksen kohteitaan (”kuinka paljon pidät tästä aihepiiristä?”, asteikko 1–4) (Walkington, 2013). Aihepiirejä oli yhdeksän kappaletta: urheilu, musiikki, elokuvat, TV, pelit, taide, tietokoneet, ruoka, kaupat. Tämän jälkeen tutkimusryhmä loivat näitä aihepiirejä vastaavia personalisoituja tehtäviä matemaattisista tehtävistä. Osa oppilaista (tutkimusryhmä) vastasi näihin personalisoituihin variaatioihin algebratehtävistä, osa (kontrolliryhmä) vastasi alkuperäisiin, tavallisiin algebratehtäviin. (Walkington, 2013.)

Tutkimuksessa huomattiin, että personalisoituihin kysymyksiin vastanneet oppilaat suoriutuivat sekä helppojen että vaikeiden matemaattisten ongelmien ratkaisemisesta merkittävästi kontrolliryhmää paremmin: he onnistuivat kirjoittamaan tarkat algebralliset ilmaiset tehtävien ongelmatilanteista tarkasti ja nopeasti. Kaikista hyödyllisimpiä personalisoidut tehtävät olivat oppilaille, jotka olivat kärsineet vaikeuksista matematiikan parissa. Tutkimusryhmän oppilaat lukivat, ymmärsivät ja vastasivat tehtäviin kontrolliryhmää nopeammin. Tehtävien sisältämän matemaattisen symboliikan ja sisällön ymmärtäminen oli myös kontrolliryhmää syvällisempää, sillä positiiviset vaikutukset näkyivät myös myöhemmin tutkimuksen jälkeen, kun tutkimusryhmän oppilaat vastasivat tavallisiin matematiikan tehtäviin. (Walkington, 2013.)

Tutkimusraportti päättelee, että personalisoitujen tehtävien positiivisilla vaikutuksilla on monta syytä. Ne auttavat oppijaa luomaan matemaattiselle ongelmalle kontekstin, joka on entuudestaan tuttu ja motivoiva: konteksti puolestaan auttaa matemaattisen sisällön

hahmottamista. Personalisoiduilla tehtävillä huomattiin olevan myös tärkeä vaikutus huomioon ja keskittymiseen, ja ne motivoivat oppijoita ratkaisemaan tehtävän mahdollisimman pitkälle itse, eikä kysymään tehtävää helpottavia vihjeitä. (Walkington, 2013.)

Musiikki oli yksi Walkingtonin tutkimuksessa käytetyistä personalisoimisen aihepiireistä, mutta musiikin ja matematiikan integroinnin myönteistä vaikutusta oppilaiden motivaatioon on tutkittu myös Suomessa. Sanni Vatanen (2015) tutki aihetta maisterintutkimussaan *Musiikkiako matematiikan tunnilla?* teettämällä Sibelius-lukion pitkän matematiikan ryhmällä matematiikan tehtäviä, jotka oli personalisoitu musiikin avulla (esim. yläsävelsarja, viritysjärjestelmät). Opiskelijoilta kerätyn palautteen perusteella pääteltiin, että vastaajista suurimman osan mielestä:

1. Musiikinteoriaa oli helpompi ymmärtää matematiikan avulla
2. Musiikkiesimerkit eivät vaikeuttaneet matemaattisen teorian oppimista
3. Musiikkiteemoitettut tehtävät olisi hyvä sisällyttää pitkän matematiikan oppimateriaaliin – etenkin opiskelijoille, jotka tuntevat musiikinteorian entuudestaan. (Vatanen, 2015.)

Myös Timo Tossavaisen ja Antti Juvosen toteuttama *Vertailututkimus peruskoululaisten ja lukiolaisten kiinnostuksesta musiikkiin ja matematiikkaan* (2013) osoittaa, että musiikki ja matematiikka tukevat toisiaan molemminpuolisesti. Kansainväliseen laajaan tutkimukseen kuuluva tutkimus toteutettiin Suomessa vuosina 2007 ja 2008, ja siihen osallistui jopa 1654 peruskoulu- ja lukioikäistä oppilasta. Kansainvälisellä tasolla tutkimus tutki opiskelijoiden motivaatiota eri oppiaineissa – Suomessa tutkittaviksi oppiaineiksi rajautuivat matematiikka ja musiikki. Tutkimus toteutettiin internet-kyselyllä, joka kartoitti oppilaiden taustoja, oppilaiden motivaatiota suhteessa eri oppiaineisiin sekä heidän näkemystään muun muassa oppiaineiden vaikeudesta, tärkeydestä sekä hyödyllisyydestä. (Tossavainen & Juvonen, 2013.)

Vastausten perusteella havaittiin, että musiikki on selkeästi matematiikkaa suositumpi oppiaine, mutta matematiikkaa arvostetaan enemmän ja sitä pidetään musiikkia hyödyllisempänä. Innostus matematiikkaa kohtaan romahtaa entisestään kouluympäristön ulkopuolella. Kouluympäristöstä irrotettuna matematiikan yhteiskunnallinen merkitys ja hyöty työelämässä korostuivat, kun taas musiikki nähtiin oleellisena ja merkittävänä oman identiteetin rakentumisen kannalta. (Tossavainen & Juvonen, 2013.)

Artikkeli vetää tuloksista johtopäätöksen, että oppilaiden motivaatio matematiikkaa kohtaan koostuu pääasiassa ulkoisista tekijöistä (vrt. yhteiskunta, työelämä, jatko-opiskelupaikka) ja musiikin parissa työskentelyyn motivoi puolestaan sisäiset tekijät (vrt. nautinnonhalu, elämänilo, voimaannuttava vaikutus) (Tossavainen & Juvonen, 2013). Johtopäätökset puhuvatkin aiempaa holistisemmän näkökulman puolesta: musiikki ei ole ainoastaan välinearvo matemaattisten tulosten parantamisessa tai motivaation kasvattamisessa, vaan myös matematiikan harrastaminen tukee musiikin opiskelua ja saattaa antaa sille hyötynäkökulman, ulkoisen motivaatiotekijän (Tossavainen & Juvonen, 2015, Vastanen, 2015, 14, mukaan).

5 Pohdinta ja yhteenveto

"I must confess that only with the aid of mathematics did my ideas become clear." (Rameau, barokkisäveltäjä)

Heti tutkimusprosessin alussa huomasin, että pitkään kokemani molemminpuolinen hyöty musiikin ja matematiikan välillä on vahvasti sidoksissa ongelmanratkaisutaitojen kehittymiseen. Kaikissa lukemissani ja käsittelemissäni tutkimuksissa ei välttämättä esiintynyt suoraan sanaa ”ongelmanratkaisutaidot”, mutta koin sen silti olevan merkittävä tutkimuksien rivien välistäkin esiin nouseva käsite. Esimerkiksi toistuvien rakenteiden etsiminen niin matematiikasta kuin musiikista mahdollistaa monipuolisten ja uudenlaisten tiedonjäsentelytapojen löytämisen ja siten helpottaa luovien ratkaisujen löytämistä. Huomasin, että samaa ilmiötä sanoitettiin tutkimuksissa useilla eri tavoilla (vrt. aika-avaruudellinen ajattelukyky, looginen ajattelukyky, tiedonjäsentelytapojen monipuolistuminen jne.).

Löysin useita tutkimuksia (esim. ABC Music & Me; An & co, 2014; Geist & co, 2012), joissa musiikkia on käytetty parantamaan matemaattisten testien tuloksia tai joissa matemaattisiin ongelmiin on lähdetty etsimään ratkaisua musiikin avulla. Halusin kuitenkin itse siirtyä tutkimuksessani musiikin välineellistämisestä holistisempaan, tasavertaisempaan näkökulmaan: tavoitteenani ei siis lopulta ollut näyttää, että musiikin voi nähdä muita oppiaineita tukevana, niissä menestymistä parantavana työvälineenä, jolla ei ole minkäänlaista itseisarvoa. Halusin osoittaa, että matematiikan ja musiikin laaja-alaisella, monipuolisella ja innostavalla integroinnilla voidaan parantaa esimerkiksi kouluympäristössä oppilaiden motivaatiota ja ongelmanratkaisutaitoja. Siten voitaisiin saavuttaa edelleen parempia oppimistuloksia sekä – mikä ehkä kaikista tärkeintä – tehdä oppilaiden oppimiskokemuksista entistä positiivisempia.

Mietin tutkimukseni aikana paljon, miksi aihe on usein käännetty matematiikan taitojen parantamiseen tähtääväksi tutkimukseksi. Ensimmäiset kirjatut havainnot musiikin ja matematiikan yhtäläisyyksistä ovat kuitenkin matemaatikko Pythagoraan, ja hän tarkasteli aihetta nimenomaan siten, että nosti musiikin kaiken maallisen (vrt. matematiikka) yläpuolelle. Hän tarkasteli matematiikkaa, fysiikkaa ja avaruutta musiikin näkökulmasta. Lähtökohta kyseiselle keskustelulle oli siis tasavertainen tai jopa päinvastainen sille, mihi tutkimus vuosikymmenten varrella on alkanut tähdätä.

Luulen, että varsinaisen lähtölaukauksen näkökulman kääntymiselle tarjosi Raucherin ja kumppaneiden tutkimus, jonka pohjalta maailma oppi tuntemaan käsitteen Mozart-efekti

(ks. 4.1). Käsite kavensi tutkimuksen tarkoitusta, sillä se – ehkä tahattomasti – polki musiikin välinearvoksi älykkyydosamäärän parantamiselle. Tavoitteena ei siis ollut enää kahden hienon aihepiirin – musiikin ja matematiikan – mielenkiintoisten yhtymäkohtien etsiminen tai niistä tarjoutuvan hyödyn hahmottaminen ja soveltaminen, vaan yksinkertaisesti testitulosten parantaminen. Käsitteen nimeäminen Mozartin mukaan rajasi myös sitä, kuinka laajasti ihmiset käsittivät musiikin tarjoaman hyödyn: jollekin siis jäi kärjistetty ja virheellinen käsitys, että (ainoastaan) Mozartin musiikki tekee lapsesta älykkään.

Prosessini edetessä törmäsin onnekseni myös tutkimuksiin, joissa musiikin kuuntelun tai kokemisen positiivisesta vaikutuksesta matemaattiseen osaamiseen ollaan skeptisiä tai jopa kielteisiä (esim. Eerola, 2014; Boettcher, Hahn & Gordon, 1995). Jyväskylän yliopistoon tehdyssä omassa maisterintutkielmassaan Päivi-Sisko Eerola (2014) toteaa, että vaikka musiikinopiskelun siirtovaikutus yleisen älykkyyden suhteen on vakuuttavaa, se (siirtovaikutus) näkyy matematiikan osa-alueista vain lähinnä päättelytehtävissä.

On siis selvää, että käsitys yksiselitteisestä Mozart-efektistä on vuosien saatossa laajentunut terveen kritiikin kautta kokonaisvaltaisemmaksi: enää ei ajatella, että musiikin harrastaminen johtaa suoraan älykkyydosamäärän kasvamiseen ja siten esimerkiksi parempaan matematiikan arvosanaan. Musiikin tiedetään edesauttavan niiden aivoalueiden vahvistumista, joita käytetään yleiseen ongelmanratkaisuun. Yleinen ongelmanratkaisu puolestaan on keskeinen osa matematiikkaa ja ihmisen koko ajatteluprosessia. Mielestäni tutkimuksen tavoite on siis muokkaantunut tarkoituksellisempaan suuntaan: keskiössä ei ole enää hetkellinen pisteissä mitattava menestys, vaan ilmiöiden kokonaisvaltaisempi hahmottaminen.

Havaitsin myös, että uusimissa tutkimuksissa (esim. Rogers, 2016) älykkyyden ihanointi ei ole enää keskiössä. Tutkijoiden inspiraationa ja motivoijana toimi usein halu luoda uusia, entistä monipuolisempia opetusmetodeja – keinoja, joilla luoda maailmasta ja maailman ilmiöistä lapselle innostava ja inspiroiva kokonaiskäsitys. Käsitys, jonka pohjalta lapsi voi alkaa itse luoda omaa polkuaan. Lapsi halutaan usein nähdä oppimisprosessissa aktiivisena osapuolena ja tiedonkäsittelijänä (vrt. esim. Geist, Geist & Kuznik, 2012; OPH, 2016; An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014). Tämän monipuolisemman ja uudenlaisen näkökulman aihepiiriin tutkimukseen toi viimeistään Geistin, Geistin ja Kuznikin toteuttama tutkimus luvussa 4.1.

Tutkimukseni rakenne hahmottui alkuvaiheessa, kun selasin lähdeaineistoani. Koin, että teoreettinen viitekehükseni tulee tarjota lukijalle vankat perusteet sille, miksi juuri musiikkia ja matematiikkaa suhteessa toisiinsa ja lapsen ongelmanratkaisutaitojen kehitykseen on tutkittu ja tulisi tutkia. Koin, että aivotutkimus on yksi olennaisimmista näkökulmista aiheeseeni, sillä se tarjoaa tieteellisesti todistettuja perusteita sekä sille, miksi ja miten musiikki kehittää aivoja että sille, miksi ja miten musiikki ja matematiikka tukevat toistensa oppimista (vrt. liite 2). Lisäksi koin, että musiikinteorian kiistämätön matemaattinen ja akustiikan näkökulmasta myös fysikaalinen näkökulma on tarpeellista avata lukijalle – tämä tarjoaa ymmärrystä sille, kuinka kyseiset aihepiirit ovat oikeastaan samojen teemojen eri ilmentymiä.

En määritellyt tutkielmassani kovin laajasti käsitettä ongelmanratkaisutaidot, sillä koin, että se, mitä sillä tässä tutkielmassa tarkoitan, tulee esille tutkimuksen lomassa ja edessä. Pyrin siihen, että muistuttaisin lukijaa säännöllisesti siitä, miten juuri esittelemäni asia liittyy juuri ongelmanratkaisutaitoihin. Ongelmanratkaisutaidot valikoituivat käsitteeksi, sillä niistä mainittiin lähes jokaisessa lukemassani tutkimuksessa. Tulosluvun (4) alussa havainnollistan lukijaa siitä, miten laaja käsite ongelmanratkaisutaidot on, mutta toisaalta myös siitä, miten suuri osa musiikin ja matematiikan toisiaan hyödyttävistä vaikutuksista nitoutuu juuri ongelmanratkaisutaitoihin.

Ensimmäinen tutkimuskysymykseni muotoutui lopulliseen muotoonsa tutkielman edessä, sillä huomasin lopulta vastaavani siihen esittelemällä musiikin ja matematiikan toistensa oppimista hyödyntävistä vaikutuksista tehtyjä tutkimuksia. Halusin näyttää lukijalle, että aihetta on jo tutkittu, mutta toistaiseksi eniten ainoastaan matematiikan näkökulmasta ja pilottiluontoisesti. Yritinkin jaotella tuloslukuni siten, että ero ensimmäisen ja toisen tutkimuskysymykseni välillä olisi selkeä: aluksi esittelin tehtyjä pilottiluontoisia tutkimuksia, sen jälkeen yritin viedä tutkimuksista kummunneet teoreettiset ajatukset käytäntöön (vrt. integraatiosuunnitelmat) ja kouluympäristöön.

Toinen tutkimuskysymykseni säilyi samana tutkimuksen alusta tutkimuksen loppuun, sillä koin, että lähdeaineistoni perusteella ja niistä johtamalla pystyin vastaamaan kysymykseen melko kattavasti. Vastaus jakautuukin kahteen osaan: aluksi esittelen erilaisia integraatiosuunnitelmia ja sitä, miten niiden hyödyt on havaittu ja perusteltu, sen jälkeen otan esille vielä motivaation, joka on mielestäni toinen tärkeä näkökulma kysymykseeni.

Yritin valita lähdeaineistoni mahdollisimman monipuolisesti ja sisällytin siihen myös lähteitä, jotka olivat musiikin ja matematiikan yhtäläisyyksistä hieman skeptisiä (vrt. Eerola,

2014; kaikki Mozart-efektiä kritisoivat tutkimukset (luku 4.1). Koen, että kriittisen näkökulman huomioiminen ja esilletuominen lisäävät tutkimukseni luotettavuutta. Toki tutkimukseni rajallisuuden vuoksi varmasti moni tärkeä ja merkittävä tutkimus on jäänyt käsittelemättä. Lisäksi tutkielmaani päättyi lopulta melko vähän suomalaista tutkimusaineistoa: tätä olisin voinut sisällyttää enemmän esimerkiksi lukuun 2.1, sillä muun muassa Mari Tervaniemi ja Minna Huotilainen ovat tehneet merkittävää aivotutkimusta musiikin näkökulmasta.

Omassa lähdeaineistossani törmäsin harvoin sanaan symboliikka, mikä hämmästytti minua. Muistan omasta kouluhistoriastani hetkiä, joina olen huomannut, että musiikin aktiivisen harrastamisen kautta kehittyneen symboleiden hahmottamiskyvyn avulla olen pysynyt hahmottamaan myös matematiikassa käytettävää symboliikkaa vaivatta. Kuulin myös eräältä opettajaltani, että opettaessaan nuottikirjoitusta ja nuotinlukua ryhmälle, jonka opiskelijat olivat pitkän matematiikan opiskelijoita, joilla ei ollut juurikaan musiikkitaustaa, hän huomasi symboliikan olevan yksi vahvimista musiikkia ja matematiikkaa yhdistävistä tekijöistä. Opiskelijat olivat todenneet tunnin jälkeen, että nuottikirjoitusta oli oikeastaan todella helppoa oppia, kun ymmärsi peilata musiikissa käytettäviä symboleja (myös nuotit itsessään) matemaattisiin symboleihin.

Tutkimukseni osoitti, että jatkotutkimukselle on tarjolla runsaasti aiheita – ja sille on paljon tarvetta. Erilaisia integraatiosuunnitelmia voi kehittää monesta eri näkökulmasta. Tutkielmassani (ks. 4.2) esittelin kolme erilaista ideointia musiikin ja matematiikan yhteisopetuksesta, mutta nekin ovat ainoastaan pintaraapaisu siihen kaikkeen, mitä kyseisten aihealueiden yhtäläisyydet (vrt. luku 2) tarjoavat. Integraatiota voi lähteä toteuttamaan musiikinteorian ja matematiikan yhtymäkohdat (Rogers, 2014), musiikin ja matematiikan opettajien omista lähtökohdat ja näkemykset (An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014) tai oppilaiden motivoiminen (Vatanen, 2015) suunnitelman perustana. Myös teorialuvussa esittelemäni aivotutkimus ja siitä kumpuava todistusaineisto musiikin ja matematiikan aivoja kehittäväälle vaikutukselle (vrt. ongelmanratkaisutaidot, keskittymiskyky, kognitiiviset taidot) voisivat muodostaa integraatiolle vankan pohjan. Kaikki edeltävät näkökulmat puolestaan voisivat aikaansaada oppilaissa inspiroitumista (vrt. Schreck, 2012) – inspiiraatiota ilmiöiden hahmottamiseen, matematiikan ja luonnontieteiden oppimiseen sekä musiikin kuuntelemiseen ja tekemiseen.

Huomasin myös, että integrointia opettajan näkökulmasta on tutkittu jonkin verran (esim. An, Tillman, Shaheen & Boren, 2014). Omassa tutkielmassani tämä näkökulma mainittiin vain muutamaa otteeseen, mutta se voisi olla näkökulmana hyvin tärkeä ja relevantti. Integrointi tarjoaa opettajille ainutlaatuisen mahdollisuuden tiiviiseen yhteistyöhön ja jopa yhteisopettajuuden kokeilemiseen (Rogers, 2016). Opettajat saavat oppia kollegoiltaan ja näin laajentaa omaa ammattitaitoansa entisestään. Jatkotutkimus siis voisi myös jatkaa tutkimusta opettajien näkökulmasta.

Ensi syksynä juhlitaan musiikkikasvatuksen osaston 60-vuotisjuhlia. Kyseinen teema- viikko pitää sisällään paljon erilaisia konsertteja sekä työpajoja. Olen alustavasti ideoinut juhlaviikolla jonkinlaista musiikki ja matematiikka –työpajaa. Innostuksen ja inspiraation sen luomiselle sain tätä tutkimusta tehdessäni. Olen pohtinut paljon, mikä olisi oppilaiden kannalta mielekkäin tapa tuoda tutkimustani ja siitä syntyneitä johtopäätöksiä esille. Yksi vaihtoehto on antaa oppilaiden havaita musiikin ja matematiikan yhtäläisyyksiä erilaisten tehtävien ja demojen avulla. Yhtäläisyyksien huomaaminen saattaisi innostaa ja moti- voida heitä kummankin aineen kohdalla. Toinen vaihtoehto olisi luoda kokonainen kou- lumaailmaan suunnattu integraatiosuunnitelma, josta avaisi mahdollisimman innostavasti työpajassa pieniä ikkunoita. Tutkimukseni osoitti, että mahdollisuudet ovat lähes rajatto- mat – se on samalla yksi tämän aiheen hienoimmista ja vaikeimmista tekijöistä.

Uudet perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014, 22) painottavat myös tekno- logian roolia oppimisessa. Ohjasin ala-asteikäisille suunnattuja tiedeleirejä yhden kesän Heurekassa. Eräs ohjelmanumeroistamme oli iPadille suunnitellun Muzak-ohjelman käyttäminen ja kokeileminen ryhmissä. Ohjelma integroi geometriaa, kuvataidetta sekä musiikkia mielestäni upealla tavalla. Sovellus tarjosi tyhjän kentän, johon oppilas sai al- kaa sijoitella erilaisia, eri kokoisia ja eri muotoisia geometrisia kuvioita, jotka kaikki pi- tivät erilaista ääntä. Ääni saattoi olla kertaluontoinen tai jatkuva, sävelkorkeudellinen tai perkussiivinen. Lopulta oppilaat muodostivat ohjelman avulla matemaattisista elemen- teistä visuaalisesti upeita ja informatiivisia kuvia (esim. talo, kukka, ihminen, ruuhkainen rautatieasema), jotka samalla tuottivat äänimaiseman, oppilaan oman sävellyksen. Näen siis erilaisissa mobiilisovelluksissa myös hienoja mahdollisuuksia tulevaisuuden integ- raatiolle.

Vasta tutkimukseni loppumetreillä löysin nettisivuston⁷, jonka Herbie Hancockin perustama Thelonius Monk Institute of Jazz on luonut. Sivuston mukaan Hancock on itse aina havainnut musiikin ja matematiikan välillä voimakkaan yhteyden, ja halusi siksi perustaa nettisivun, joka havainnollistaa tätä yhteyttä mahdollisimman monipuolisesti. Sivusto tarjoaa videoluentoja, musiikkia, luonnontieteitä ja matematiikkaa integroivia tehtäviä, kiinnostavia mobiilisovelluksia sekä laajoja katsauksia musiikin ja matematiikan eri piirteisiin. Sivusto on jäsennelty hyvin samankaltaisen jaottelun ja käsitteistön mukaan kuin oma kandin tutkielmani, mikä sai minut uskomaan, että olen onnistunut ainakin osittain vastaamaan omiin tutkimuskysymyksiini ja perustelemaan ne huolella. Sivusto varmasti tarjoaa minulle myös uusia, entistä monipuolisempia näkökulmia aiheeseen.

Musiikki ja matematiikka voivat siis toimia toistensa hahmotusapuina, toistensa kaltaisina ilmiöinä, toistensa tekemiseen ja ymmärtämiseen motivoijina, toinen toistensa yhteiskunnallisen arvostuksen nostajina. Tutkimukseni osoitti myös, että musiikin ja matematiikan välisiä yhtäläisyyksiä on tutkittu jo pitkään, 1900-luvulta asti myös kehittyneen aivotutkimuksen näkökulmasta. Näiden yhtäläisyyksien hyödyntämistä esimerkiksi opetuksessa on pohdittu ja kehitetty, mutta tähän mennessä suurimmaksi osaksi matematiikan näkökulmasta. Nyt, kun koulujen oppiaineiden integrointi on nostettu merkittäväksi osaksi uusia opetussuunnitelmia, oli mielestäni tärkeää tarkastella tutkimuksia myös kriittisesti ja pyrkiä näyttämään, että itse asiassa yhtäläisyyksien tunnistamisen tarjoama hyöty voi olla jopa aiempaa suurempi, kun näkökulman laajentaa holistisemmaksi. Kirjallisuuskatsaukseni osoitti, että musiikkia ja matematiikkaa monipuolisesti integroimalla voidaan kehittää lapsen ongelmanratkaisutaitoja, motivoida ja innostaa.

”I live my daydreams in music. I see my life in terms of music.” (Einstein)

⁷ <https://mathsciencemusic.org/>

Lähteet

ABC Music & Me. The Impact of Music on Mathematics Achievement: A research summary in support of Kindermusik's ABC Music & Me.

http://www.abcmusicandme.com/documents/impact_of_music_on_math.pdf

Luettu: 20.10.2016

An, S. A. & Tillman, D. & Shaheen, A. & Boren, R. 2014. Preservice Teachers' Perceptions About Teaching Mathematics Through Music. *Interdisciplinary Journal of Teaching and Learning* 4, 3, 150–171.

Blood, A. & Zatorre, R. 2001. Intensely pleasurable responses to music correlate with activity in brain regions implicated in reward and emotion. *PNAS*, 98, 20, xx-xx.

<https://pdfs.semanticscholar.org/e774/27e526db3d0a23bcb8e511411ece9f1f0403.pdf>

(luettu: 12.4.2017)

Boettcher, W. S. & Hahn, S. S. & Gordon, S. L. 1994. *Leonardo Music Journal*, 1994, 4, 53-58.

Collins, A. 2014. Neuroscience, music education and the pre-service primary (elementary) generalist teacher. *International Journal of Education & the Arts*, 15, 5.

<http://www.ijea.org/v15n5/>. Luettu: 12.1.2017

Eerola, P-S. 2014. Musiikinopetuksen lisäyksen vaikutus? Maisterintutkielma, Jyväskylän yliopisto.

Geist, Kamile & Geist, Eugene A. & Kuznik, Kathleen. 2012. The Patterns of Music: Young Children Learning Mathematics through Beat, Rhythm, and Melody. *Young Children* 67, 1, 74-79.

https://www.naeyc.org/files/yc/file/201201/Geist_Patterns_of_Music_Jan012.pdf

Luettu: 20.10.2016

Hirsjärvi, S., Remes, P. Sajavaara, P. 1998. Tutki ja kirjoita. Tampere: Tammer-Paino Oy

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2003. Tutki ja kirjoita. 6-9.painos. Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Tammi.

Jensen, E. 2005. *Music With the Brain in Mind*. Thousand Oaks, California: Corwin Press.

Joutsenvirta, A. 2005. Akustiikan perusteet –nettisivusto.<http://www2.siba.fi/akustiikka/index.php?id=1&la=fi> (luettu: 14.1.2017)

Juvonen, A. & Tossavainen, T. 2013. Vertailututkimus peruskoululaisten ja lukiolaisten kiinnostuksesta musiikkiin ja matematiikkaan. *Musiikkikasvatus*, 16, 1, 18-28.

Karjula, M-L. 2009. Soittaminen juppaa aivojamme. *Teostory* 3, 10-14.

https://www.jyu.fi/hum/laitokset/musiikki/en/research/coe/Media/Soittaminen_Juppaa_Aivojamme.pdf (luettu: 16.4.2017)

Levitin, D. J. 2006. *This Is Your Brain On Music – The Science of a Human Obsession*. A Plume Book.

McKelvie, P. & Low, J. 2002. Listening to Mozart does not improve children's spatial ability: Final curtains for the Mozart effect. *British Journal of Developmental Psychology*, 2002, 20, 241–258.

https://www.researchgate.net/profile/Jason_Low/publication/229744883_Listening_to_Mozart_does_not_improve_children's_spatial_ability_Final_curtains_for_the_Mozart_effect/links/5436e39b0cf2643ab9888c02.pdf (luettu: 4.4.2017)

Miranda, E. R. & Overy, K. 2009. Preface: The Neuroscience of Music. *Contemporary Music Review*, 28, 3, 247–250

Nantais, K. & Schellenberg, E. 1999. THE MOZART EFFECT: An Artifact of Preference. *Psychological Science*, 10, 4, 370-373.

https://www.researchgate.net/profile/E_Schellenberg/publication/228599687_The_Mozart_Effect_An_Artifact_of_Preference/links/02bfe50e020e33d6f3000000.pdf (luettu: 4.4.2017)

Nurmi, J-E. 2013. Motivaation merkitys oppimisessa. Lyhyempiä kirjoituksia. *Kasvatus* 2013, 5, 548-554.

Opetushallitus. 2015. Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015 / luonnostekstiä 14.4.2015.

http://www.oph.fi/download/166556_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2015_luonnos_14042015.pdf (luettu: 14.4.2017)

Opetushallitus. 2014. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014.

http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf (luettu: 12.12.2016)

Rantala, A. 2002. Peruskoulun 6. luokkalaisten ongelmanratkaisutaidot ja ongelmanratkaisuprosessissa ilmenevät ratkaisua haittaavat tekijät. Maisterintutkielma, Jyväskylän yliopisto.

Rogers, G. L. 2016. The Music of the Spheres - Cross-Curricular Perspectives on Music and Science. *Music Educators Journal*, 103, 1, 41-48.

Schreck, L. 2012. Inspiroiko? Pohdintaa inspiraation käsitteestä ja sen merkityksestä musiikin tekemisessä ja opettamisessa. Maisterintutkielma, Sibelius-Akatemia.

Särkämö, T. & Huotilainen, M. 2012. Musiikkia aivoille läpi elämän. *Suomen Lääkäri-lehti* 67, 17, 1334-1339.

http://www.helsinki.fi/behav/valinnat/psykologia_sarkamo_huotilainen_2012.pdf (luettu: 13.11.2016)

Vatanen, S. 2015. Musiikkiako matematiikan tunnilla? Maisterintutkielma, Helsingin yliopisto.

<https://helda.helsinki.fi/handle/10138/158425>
Luettu: 23.11.2016

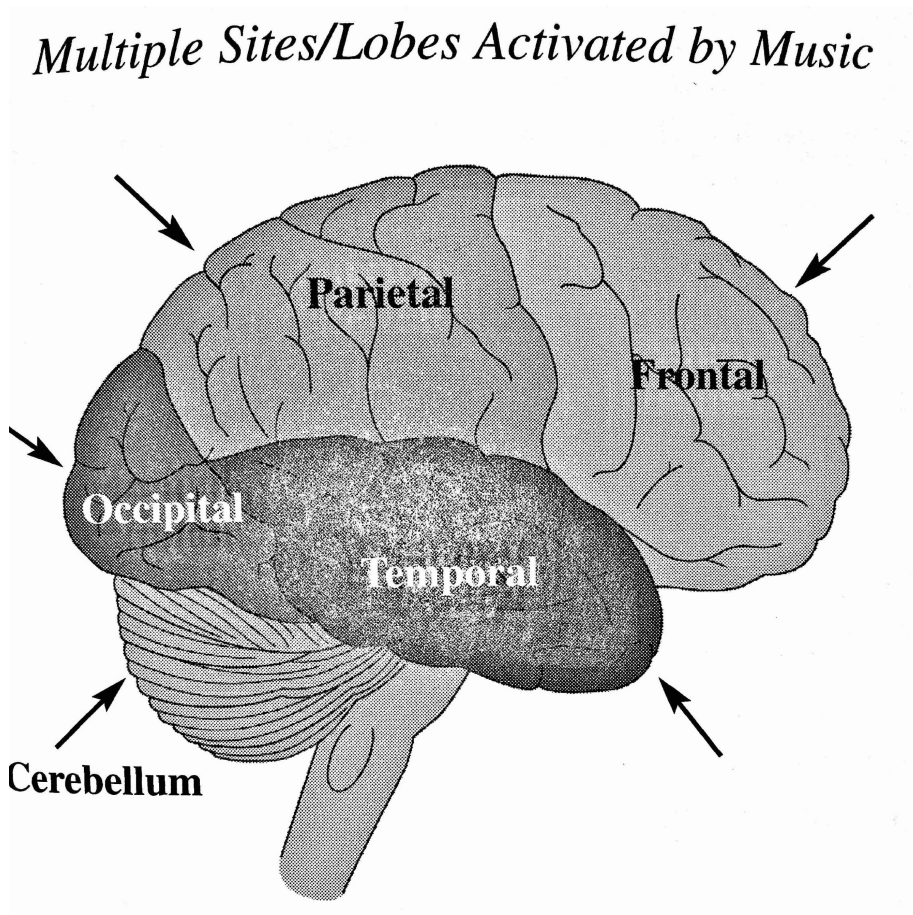
Walkington, A. 2013. Using Adaptive Learning Technologies to Personalize Instruction to Student Interests: The Impact of Relevant Contexts on Performance and Learning Outcomes. *Journal of Educational Psychology*, 105, 4, 932-945.

White, H. & White, D. 2014. *Physics and Music: The Science of Musical Sound*. Philadelphia: Saunders College/Holt, Rinehart and Winston. Dover edition.

Zatorre, R. 2005. Music, the food of neuroscience? *Nature* 343, 312-315.

Liitteet

Liite 1, Aivojen osat, joita musiikki aktivoi



Temporal = temporaalilohko

Frontal = etulohko

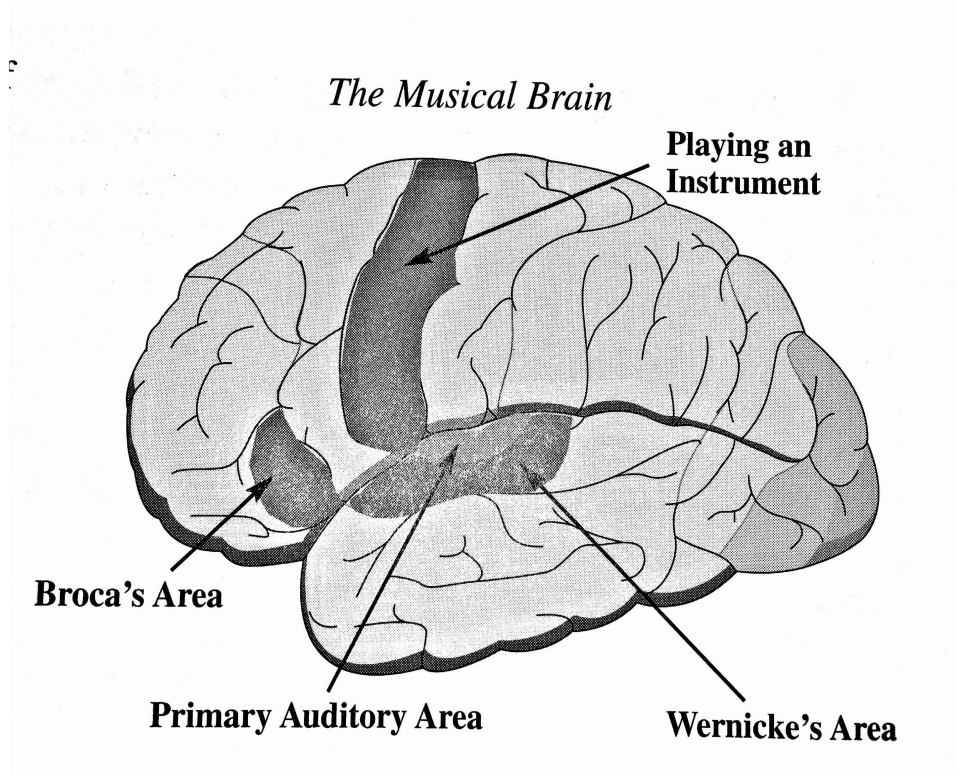
Parietal = parientaalilohko

Cerebellum = aivokurkiainen

Occipital = oksipitaalilohko

Primary Auditory Area = ensisijainen kuuloalue

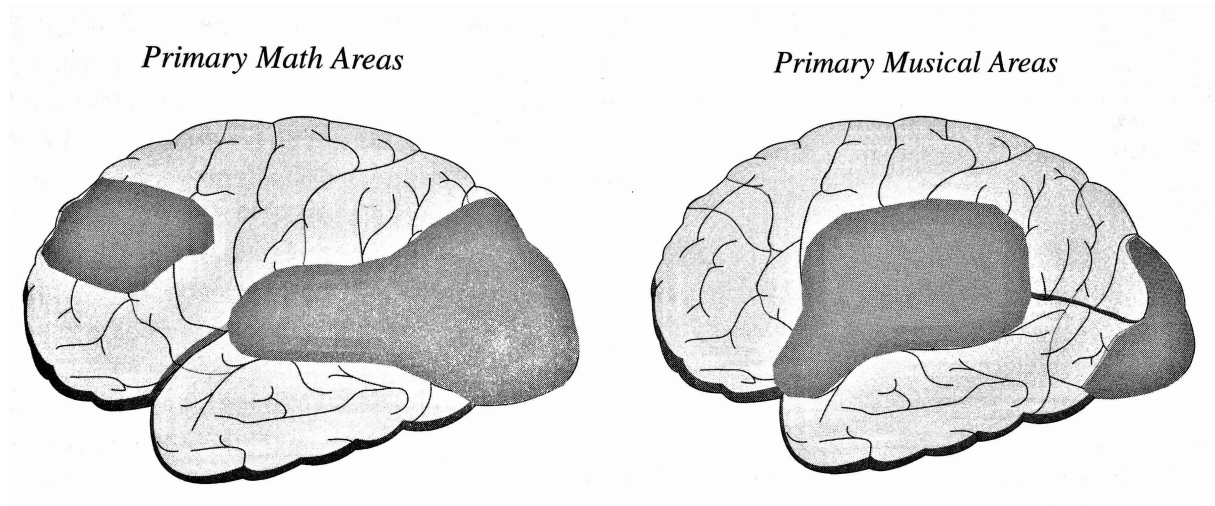
Playing an instrument = soittaminen soittaminen



Jensen, 2000, 13. Multiple sites/lobes activated by music & The Musical brain.

Liite 2, Musiikin ja matematiikan aktivoimat aivoalueet

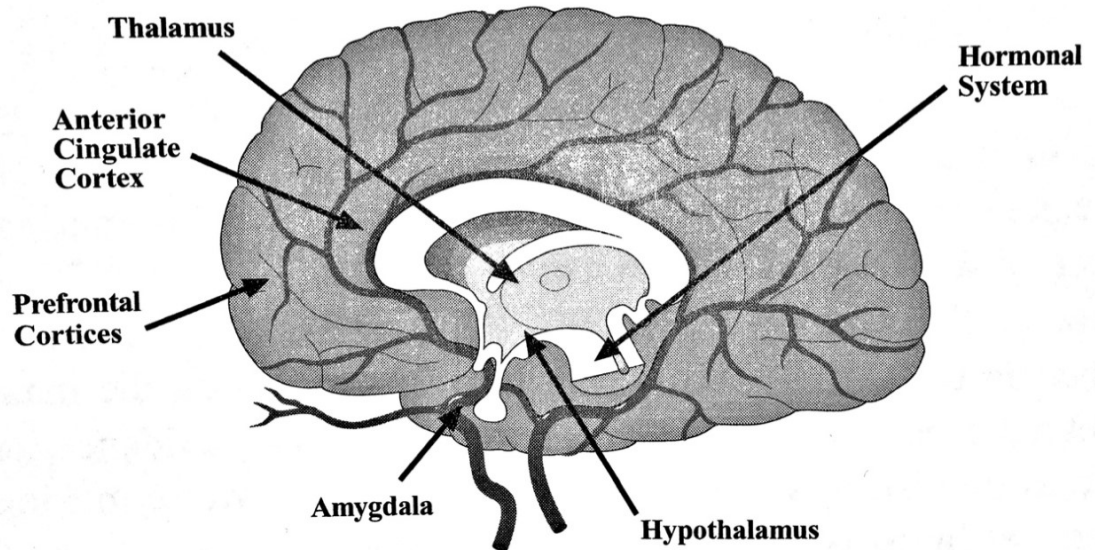
Oikealla tummalla ne aivoalueet, jotka aktivoituvat eniten matemaattisia tehtäviä ratkaistaessa. Vasemmalla tummalla ne aivoalueet, jotka aktivoituvat eniten musiikkia kuunnellessa tai tehdessä.



Primary Math Areas & Primary Musical Areas (Jensen, 2000, 33).

Liite 3, Emootioita säätelevät aivoalueet

Key Areas of the Brain That Regulate Emotion



Key Areas of the Brain That Regulate Emotion (Jensen, 2000, 46).

Anterior Cingulate Cortex = pihtipoimun etuosa

Prefrontal Cortices = otsalohkon korteksit

Amygdala = amygdala

Thalamus = talamus

Hypothalamus = hypotalamus

Hormonal System = hormonaalijärjestelmä